

# **Bedre læring av matematikk ved enkle midler? Rapport fra et utviklingsprosjekt**

**Marianne Maugesten  
Per Lauvås**

**Høgskolen i Østfold  
Rapport 2004:6**

Online-versjon (pdf)

Utgivelsessted: Halden

Det må ikke kopieres fra rapporten i strid med åndsverkloven og fotografiloven eller i strid med avtaler om kopiering inngått med KOPINOR, interesseorgan for rettighetshavere til åndsverk.

**Høgskolen i Østfold har en godkjenningsordning for publikasjoner som skal gis ut i Høgskolens Rapport- og Arbeidsrapportserier.**

Rapporten kan bestilles ved  
henvendelse til Høgskolen i Østfold.  
(E-post: [post-fa@hiof.no](mailto:post-fa@hiof.no))

Høgskolen i Østfold. Rapport 2004:6  
© Forfatteren/Høgskolen i Østfold  
ISBN: 82-7825-153-3  
ISSN: 1503-2612

## Innhold

Sammendrag .....	3
Forord.....	4
Introduksjon .....	5
Kap. 1. Matematikken i lærerutdanningen .....	7
Resultatene i matematikk på landsbasis .....	7
Situasjonen i lærerutdanningen ved vår høyskole.....	9
Litt om rekrutteringen .....	9
Eksamensresultatene 1998-2003 .....	11
Gjennomføring 1998-2003.....	14
Konklusjon .....	15
Kap. 2. Matematikkundervisningen.....	17
Det fungerer ikke.....	17
Skolematematikken på våre breddegradder .....	19
Et dansk forsøk fra 8. klasse .....	20
Et svensk inspirasjonsprosjekt .....	21
Er matematikken 'TIRED'? .....	23
Tediousness (kjedsomhet).....	23
Isolation.....	24
Rule and Cue/ Rote Learning (pugg av regler).....	24
Elitism .....	25
Depersonalisation (ingen tilpasninger) .....	26
I tillegg til 'TIRED' – hva med 'morsom' undervisning? .....	26
Drøfting .....	28
Kap. 3. Vårt prosjekt.....	31
Noen danske erfaringer.....	31
Bruke vurdering som drivkraft? .....	32
Litteratur om 'formativ vurdering' .....	34
Utformingen av prosjektet – hva gjorde vi?.....	36
Ny fagplan.....	36
Nivådifferensiering .....	38
Formativ vurdering - gjensidig studentvurdering .....	39
Selvvurdering.....	42
Arbeidsformene.....	43
Flere tiltak for studentene .....	44
Kap. 4. Resultater.....	45
Eksamensresultatene.....	45
Undersøkelse om organisering.....	47
Erfaringer med nivådifferensieringen .....	47
Den gjensidige studentvurderingen .....	48
Intervju med studenter i de ulike gruppene .....	50
Kap. 5. Hva har vi lært? .....	53
Og veien videre?.....	54

Referanser: .....	56
Vedlegg 1 .....	58
Vedlegg 2 .....	61
Noter.....	62

## Sammendrag

Går det an å bedre resultatene i matematikk ved hjelp av relativt enkle tiltak som ikke er mer ressurskrevende, verken med tanke på tiden lærerne bruker eller annen ressursbruk? Kanskje til og med slik at studentene ikke bare lærer mer men også synes at faget blir mer interessant? Denne rapporten viser at det er mulig.

Etter at resultatene i matematikkfaget bare er blitt dårligere de siste årene, også i lærerutdanningen, ville vi prøve noe nytt, uten å måtte legge om hele vår undervisning. To hovedtiltak ble satt ut i livet ved første modul, høsten 2003:

- Nivådifferensiering på grunnlag av startprøve,
- Gjensidig studentvurdering av oppgaveløsning.

Dessuten var det en del andre omlegginger med tanke på modulstruktur, tidsdisponering osv, men vi antar at disse forholdene tross alt er av mindre betydning.

Eksamen ble holdt så uforandret det var mulig (6 t skriftlig eksamen med ekstern sensur). Bedre resultater kan følgelig ikke forklares ved at det ble stilt lavere krav til studentene.

For kurset i 2002 var det 54 % stryk og blant dem som besto eksamen, fikk hele 2/3 dårligste ståkarakter. Ved sensuren for kurset høsten 2003, var strykprosenten nede i 15 % og kun 1/5 av dem som besto, hadde dårligste ståkarakter. Studentene satte åpenbart pris på den gjensidige studentvurderingen; ved en rundspørring ønsket 95 % å fortsette med dette i neste modul.

## Forord

Bedre læring av matematikk ved enkle midler? er en rapport om et forsøk på å bedre motivasjonen for matematikk blant lærerstudenter for å påvirke resultat. Rapporten viser på en overbevisende måte ved å kombinere statistikk, kvalitative uttalelser og faglig skjønn hvordan en med enkle midler kan påvirke resultatet av undervisningen. Forfatterne har vært nøye med å skille mellom det man har funnet vitenskaplig belegg for og spørsmål som kan reises på grunnlag av de funn man har gjort. Forsøket dreier seg om undervisning i matematikk, men erfaringene kan også være til nytte for lærere i andre fag. Rapporten anbefales til alle som er opptatt av å bedre effekten av undervisningen.

Eystein Arntzen  
Avdelingsleder  
Remmen, 25. juni 2004

## Introduksjon

To ganger om året pleier det å være oppslag i avisene med dårlige eksamensresultater, ofte med matematikk inne i bildet. De fleste lærerutdanninger med skriftlig eksamen som evalueringsform, har en uakseptabelt høy strykprosent. Og hver gang påpekes det at studentenes forkunnskaper i matematikk blir stadig dårligere, noe som gjør det svært vanskelig å få til gode resultater. I lærerutdanningen er ikke matematikk et redskapsfag, slik det f.eks. er i ingeniørutdanning. Og det er spesielt at hos oss skal ikke bare studentene lære matematikk; de skal også helst bli mer interesserte i matematikk, og de skal kvalifisere seg for å undervise i matematikk. Situasjonen tilsier at noe må gjøres. Og det er særlig viktig for oss i lærerutdanningen å bidra med det vi kan for å bedre situasjonen. Våre studenter skal undervise morgendagens samfunnsmedlemmer i matematikk. Da må de kunne en del matematikk, og de må kunne undervise i dette litt spesielle undervisningsfaget.

Høye strykprosent og dårlige resultater ellers er ikke bare en tragedie for våre studenter og for våre barn og barnebarn som kan risikere å bli prisgitt dårlige lærere. Det er også et stort problem for avdelingen og for høgskolen. Tildelingen av midler til høgskolene er avhengig av gjennomstrømningen av studenter. En vesentlig del av midlene vi får er basert på antall studenter som består eksamen ved første forsøk. Da er det viktig å få gjennom flest mulig studenter, samtidig som kravene til kvalitet opprettholdes, slik at studentene kan brukes som framtidige matematikklærere i grunnskolen.

Med økende tilbud av bachelor- og mastertilbud ved de ulike høgskolene, kan vi oppleve at mange studenter tar fagstudier med påfølgende PPU-utdanning og blir faglærere. Få av dem vil velge matematikk i fagkretsen. Vi kan faktisk risikere at allmennlærerutdanningen er i ferd med å dø ut. Grunnskolen vil da få mange førskolelærere med tilleggsutdanning (paps 1 og 2) og mange faglærere uten matematikk i fagkretsen.

Nå arbeides det nær sagt verden over med å utvikle matematikkundervisningen. Men det er langt mellom de positive rapportene. Og fra vårt lille hjørne av verden ønsker vi å komme med ett bidrag til det felles løft som er nødvendig.

Dette prosjektet er gjennomført av alle lærerne ved matematikkseksjonen ved Avdeling for Lærerutdanning i samarbeid med professor Per Lauvås ved høgskolens enhet for høgskolepedagogikk, PULS = program for læring og studiekvalitet. Lauvås har arbeidet som rådgiver, både mht litteraturbakgrunn og konkrete råd inn i prosjektet. Seksjonsleder Marianne Maugesten har ledet prosjektet. Rapporten er blitt til i samarbeid med lærerne ved seksjonen.





## Kap. 1. Matematikken i lærerutdanningen

Lenge har det vært uttrykt sterke bekymringer for rekrutteringen til realfag innen høgre utdanning generelt og til situasjonen i matematikkfaget spesielt, så vel i vårt eget land som i store deler av verden. Det er stor aktivitet på feltet matematikkdiraktikk, og dette arbeidet må gi resultater etter hvert. Men da snakker vi om skolen. Det er lite å finne i litteraturen om satsing på å utvikle undervisningen innen *høgre* utdanning. Også her foregår det trolig mye viktig utviklingsarbeid. Eller er det kanskje slik at urgamle tradisjoner i matematikkundervisningen står sterkest på dette nivået og tregheten er størst her?

### Resultatene i matematikk på landsbasis

Det finnes ingen samlet eksamensstatistikk for matematikkfaget, men det er stadige presseoppslag når sensuren har falt om våren og om høsten. Det er selvsagt de dårligste resultatene som får mest oppmerksomhet i media. En strykprosent på 94 for innføringskurs i matematikk (og beste karakter 3.6 på den gamle skalaen) ved en ingeniørutdanning får oppmerksomhet mens 100 % stryk ved en annen ingeniørutdanning unnslipper journalistenes oppmerksomhet. Noen gladmeldinger kommer også, selv om de er sjeldnere, f.eks. fra en lærerutdanning som snudde en høy strykprosent til noe nær null etter at de gikk over fra skriftlig til muntlig eksamen.

Den presumptivt mest holdbare kartlegging av kunnskapsnivået blant begynnerstudenter ved universiteter og høyskoler er Norsk Matematikkråds undersøkelser. De to siste rapportene som er tilgjengelig, stammer fra undersøkelsene av begynnerstudentene i 2001 og 2003 (Rasch-Halvorsen & Johnsbråten 2002, 2004). Rapportene er ingen morsom lesning:

Norsk Matematikkråd mener at de tre siste undersøkelser som er gjennomført viser at grunnleggende matematikk ikke beherskes tilfredsstillende for noen av respondentgruppene og at kunnskapsnivået her fremdeles er synkende. Det er betenkelig at de beste respondentgruppene i gjennomsnitt ikke oppnår over 70 % rette svar på oppgaver der 90 prosent tilhører helt grunnleggende matematikk etter grunnskolens pensum. (2002:36)

Og hvilke studenter skårer lavest?

Studieretningen der studentene skårer lavest er allmennlærer. Denne gruppen er nede på så lav prosent som 29,5. Dette stadfester resultatet fra i fjor der rett svarprosent også var lav, 31,8, hvis en sammenligner like oppgaver i de to testene. (2002:35)

Ett av de få lyspunktene er at nedgangen i kunnskapsnivå er stoppet og, og at det kan spores enkelte små framskritt blant lærerstudentene fra 2001 til 2003, i hvert fall om man legger godviljen til.

Det ble også gjennomført en undersøkelse i 2001 blant de allmennlærerstudentene som hadde gjennomført 10-vektallskurset i matematikk. Resultatene fra denne studien er ikke mer oppmuntrende:

... at kunnskapene til disse studentene i gjennomsnitt innen grunnleggende matematikk likevel ikke var tilfredsstillende for å kunne fungere som lærere i matematikk i grunnskolen. (Loc.cit.)

Undersøkelsen blant nye studenter høsten 2003<sup>i</sup> viser ytterligere tilbakegang:

I tråd med tidligere undersøkelser viser årets undersøkelse at grunnleggende matematikk ikke beherskes tilfredsstillende for noen av respondentgruppene. Kunnskapsnivået er fremdeles synkende for grunnleggende fakta og ferdigheter. Sentrale matematiske begreper er ikke solide for store deler av respondentgruppen. (2004:45)

Generelt konkluderer Norsk Matematikkråd med at den negative utviklingen ikke er snudd, og at en i høgskolesystemet sliter med at en god del kandidater ikke har kunnskaper på et akseptabelt nivå. Det er heller ikke gunstig at de aller fleste som søker seg til lærerutdanning har valgt bort matematikk i videregående opplæring ved første anledning.

Selv blant lesere som ikke selv har godt tak på matematikk, må det mane til ettertanke når undersøkelsen viser at bare litt over halvparten kan regne ut

$$2,8 \cdot \frac{3}{4} =$$

og gi svaret på desimalform (2004:4).

Det konkluderes da også med at:

Det gir grunn til stor uro når en ser at studenter som starter på de mest matematikk-krevende studier ved universiteter og høyskoler ikke har kontroll over grunnskolens pensum. (Ibid.:5)

... kunnskapsnivået innen grunnleggende fakta og ferdigheter hos begynnerstudenter på matematikkrevende studier er i ferd med å nå et kritisk lavmål. (Ibid.:46)

Alt i 2001 malte 2 av de ledende personene i Norsk Matematikkråd et dystert bilde av mulighetene i lærerutdanningen:

Ser vi på det nivået som studentene har når de starter på sin høyskoleutdannelse, ... kan vi ikke forvente at studentene skal klare å kvalifisere seg til ungdomsskolelærere i

løpet av dette kurset. Grunnlaget som lærerstudentene starter med i matematikk, er så tynt at det nærmest er umulig å heve dem til et akseptabelt nivå for en som skal undervise i ungdomsskolen – i alle fall innen rammen av et 10-vektallskurs der det skal inn både matematikk og fagdidaktikk. Det meste vi kan forvente, er at disse studentene lærer nok til å kunne undervise på småskoletrinnet og mellomtrinnet. (Ellingsrud & Rasch-Halvorsen, 2001)

Og så har altså nivået fortsatt å synke siden det.

## Situasjonen i lærerutdanningen ved vår høgskole<sup>ii</sup>

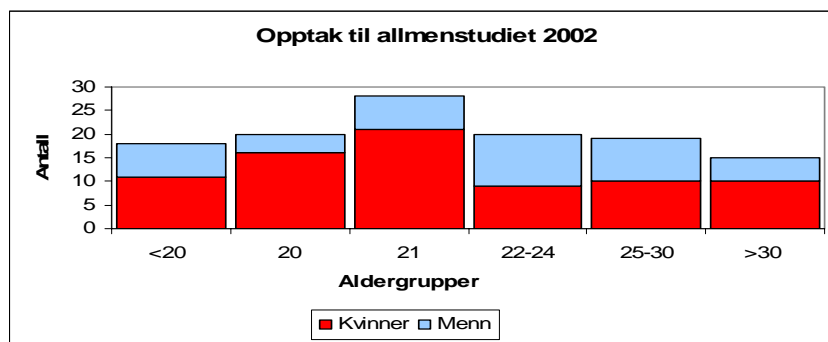
### *Litt om rekrutteringen*

På nittitallet var gjennomsnittsalderen for begynnerstudentene like under 24 år. Fram til 1998 var 75% av kullet under 25 år, mens i 02-03 var 62% under 25 år. Siste studieår (2002-03) var gjennomsnittsalderen steget til 25,2 år. Økningen kan skyldes økt arbeidsledighet og økte forsøk på å få attføringsklienter inn i studier og arbeid.

Studieåret 2002-2003 var aldersfordelingen som vist i Fig.1.

## Rekruttering

- Kjønn og aldersfordeling ved opptaket 2002



**Fig. 1. Begynnerstudentenes alder fordelt på kjønn, 2002**

De godt voksne studentene (over 30 år) oppleves typisk som samvittighetsfulle og arbeidsomme, men de har mange forpliktelser i tillegg til studiene. De har enten en gammel eksamen fra videregående skole og føler selv at de har glemt mye eller så har de skaffet seg studiekompetanse i voksen alder. Der har det blitt

mange fag på kort tid med liten tid til å arbeide med stoffet og fordøye det. Noen svært få har kommet inn på realkompetanse.

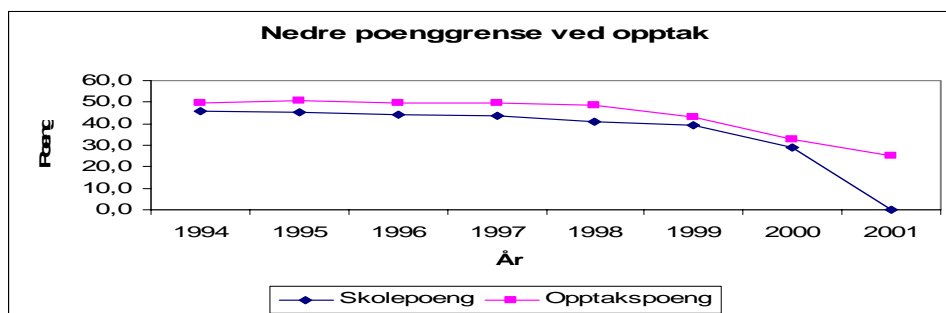
Den yngre del av studentmassen har i stor utstrekning bare ett år med matematikk fra videregående skole. De har kuttet ut faget så fort de har kunnet. Arbeidsvanene kunne absolutt vært bedre. Mange har en negativ holdning til matematikkfaget. Deres 'matematikk-karriere' er typisk preget av frustrasjoner, tilkortkomming, "dårlige" lærere, i mange tilfeller også av negative lærere. De er redde for faget, og mange av dem kan ikke nevne en positiv opplevelse fra matematikktimene i tidligere skolegang.

I Norsk Matematikkråds undersøkelser kommer, som nevnt over, lærerstudentene dårligst ut. De har kun mellom 30 % og 40 % riktige svar på testene. Vi gjennomførte undersøkelsen i 3 av de 5 årene fra 1998 og 2002. Resultatene for våre studenter lå på landsgjennomsnittet. De beste hadde ikke mer enn 70 % riktig og gjennomsnittet lå på rundt 35 %.

Når det gjelder opptakspoeng og skolepoeng, viser kurven nedenfor at de har vært i fritt fall siden 1999.

## Opptakskrav

- Kravet til forkunnskaper avtar



Tallene over er hentet fra HIØ/LU-NOTAT forfattet av Steinar Wennevold datert 21.12.01

**Fig. 2. Opptakspoeng og skolepoeng, allmennlærerstudenter**

Det betyr at alle studentene kom inn. Det var ingen ventelister og lokalavisene og restetorget hadde annonser med ledige plasser på lærerutdanninga.

### ***Eksamensresultatene 1998-2003***

Inntil 1992 var det stor valgfrihet i lærerutdanninga, og få studenter valgte matematikk i allmennlærerutdanninga. Fra 1992 ble matematikk gjort obligatorisk med 5 vekttall i andre studieår. Høsten 1998 fikk lærerutdanninga nye rammeplaner, og den enkelte institusjon dermed nye fagplaner. Ett av tiltakene var å innføre 10 vekttall obligatorisk matematikk i allmennlærerutdanningens første studieår.

Rammeplanen fra 1998 ga noen føringer på hva slags eksamensordning man skulle ha i matematikk:

”Den avsluttende vurderingen skal i alle tilfelle omfatte følgende deler, enten som arbeid som skal være godkjent før studenten framstiller seg til eksamen, eller som eksamenskomponenter: prosjekt og skriftlig, individuell prøve.”

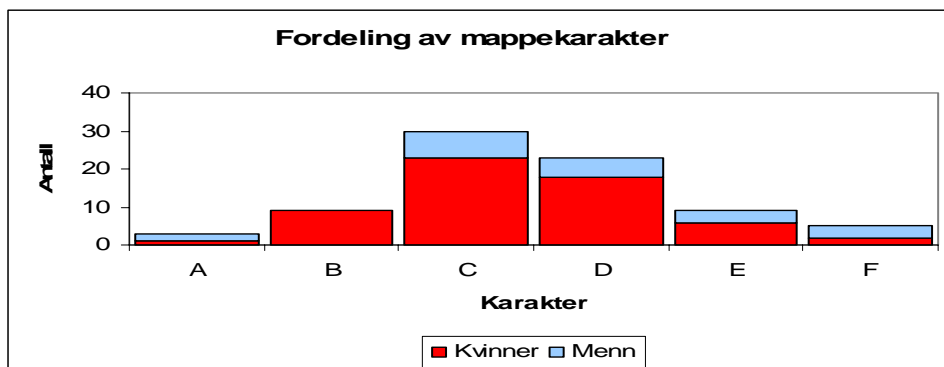
De to første årene hadde vi muntlig og skriftlig eksamen som var vektet i forholdet 1:3. For å gå opp til eksamen, måtte studenten ha fått godkjent et prosjekt.

I 2000 startet allmennlærerutdanningen ved høgsolen opp IKT-prosjektet der alle studentene hadde sin bærbar pc (HiO-rapport 2003 nr.14). Endring av undervisnings- og vurderingsformer var del av prosjektet. Temaene og spørsmålene på den muntlige eksamen lignet mye på det vi hadde til skriftlig eksamen. Derfor bestemte vi oss for å prøve mappevurdering. Fra høsten 2000 var eksamensordningen skriftlig, individuell eksamen som telte 60% av totalkarakteren og en mappe med individuelle arbeider og gruppearbeider (herunder det prosjektet som rammeplanen krevde) som telte 40% av totalkarakteren.

På muntlig eksamen og mappene har vi i alle årene hatt lav strykprosent. Ved sensuren 2003 var det en pen fordeling for denne delen av eksamen med kun 6 % stryk og gjennomsnitts-karakter på en dårlig C (blant dem som sto), se Fig. 3.

## Resultater 2002-2003

- Mappe

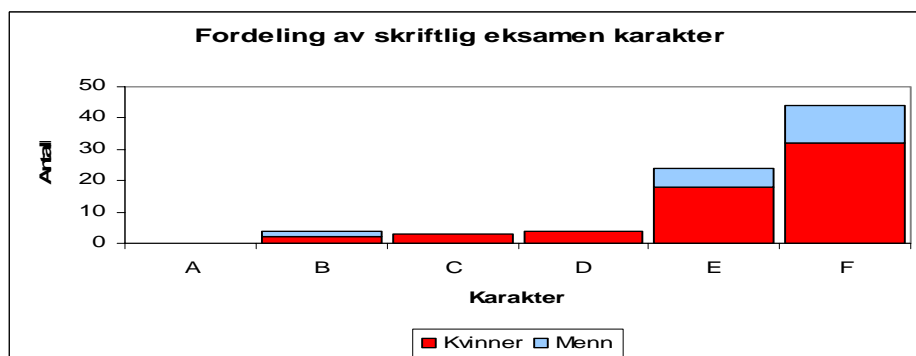


**Fig. 3. Delkarakter, mappedelen, sensur 2003**

På skriftlig eksamen har resultatene ikke vært like oppløftende. Vi har hatt over 40 % stryk i hele perioden fra 1999 til 2003. Verst var det våren 2003. Da var strykprosenten hele 54 %. Og blant dem som sto, hadde rundt to tredeler dårligste ståkarakter, se Fig 4.

## Resultater 2002/2003

- Skriftlig eksamen

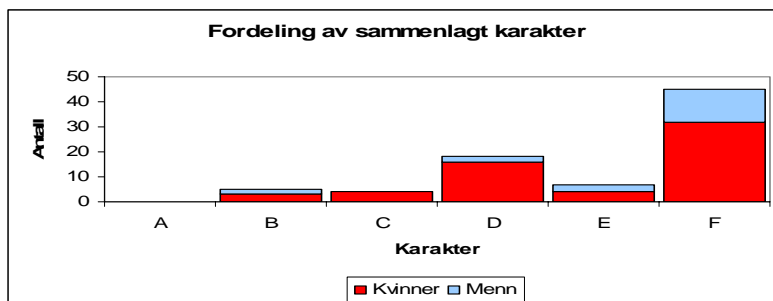


**Fig. 4. Karakter, skriftlig eksamen 2003**

De endelige resultatene ble som det framgår av Fig 5. Strykprosenten ble en aning større enn ved skriftlig eksamen og hovedtyngden av studentene ble flyttet opp fra E til D.

## Resultater 2002/2003

- Samlet (mappe og skriftlig eksamen)



**Fig. 5. Avsluttende karakter i matematikk 2003**

Det som ikke kommer fram i de tallene som er presentert her, er at de studentene som stryker, stryker ”grundig”. Det betyr at de mangler opp mot 20 poeng for komme til ståkarakter.

Som dette ikke var nok, stilles det også spørsmål ved kunnskapsnivået hos dem som besto eksamen. Norsk Matematikkråd målte lærerstudentenes kunnskapsnivå da de begynte ved lærerutdanningen i 2000 og igjen våren 2001, etter at de hadde avlagt eksamen i matematikk. Etter kurset var de blitt litt flinkere, men de var ”fortsatt langt unna det nivået de burde være på for å kunne undervise i matematikk, mener matematikkrådet” (Aftenposten, 2001-09-04).

Selv om det er en liten forbedring fra i høst, ser vi fortsatt en svikt i elementær matematikk, sier Anne Rasch-Halvorsen, ... Studentene har selv etter kurset altfor dårlige kunnskaper til å kunne undervise barn, sier hun. (Op.cit.)

Det er formodentlig flere enn lederen av Norsk Lærerlag som synes situasjonen er merkelig:

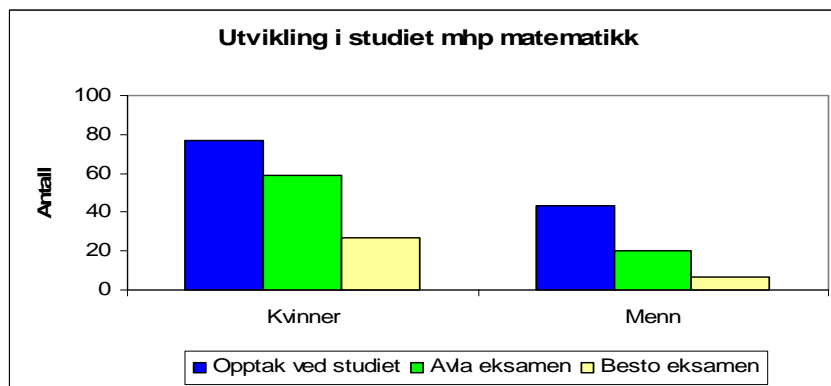
”Jeg skjønner ikke dette resultatet. Jeg trodde at ti vekttall ga gode matematikkferdigheter.” ... ”Enten er det noe galt med de ti vekttallene på høyskolene, eller så er det noe galt med sammenhengen testen ble tatt i, sier Hjetland. ... Hun mener at høyskolene bør få mer penger til å bedre undervisningen for studentene. (Op.cit.)

## Gjennomføring 1998-2003

I tillegg til høy strykpersent, er det også et problem at en relativt stor andel ikke gjennomfører matematikkstudiet.

### Lav gjennomføringsandel

- Mange utsetter eller stryker i matematikk



**Fig. 6. Gjennomføring i det kullet som tok eksamen i 2003**

Ca. 25% av de studentene som startet opp, sluttet i løpet av første studieår eller gikk ikke opp til eksamen. Mønsteret er litt ulikt for kvinnelige og mannlige studenter. Det største frafallet blant mannlige studenter skjer før eksamen, og strykpersenten bidrar ikke like mye til den dårlige gjennomføringen som hos kvinnene. De møter oftere fram til eksamen men stryker hyppigere.

Det viser seg at det blant dem som ikke går opp til eksamen første gang og av dem som stryker, er det få som går opp til ny prøve i de to neste studieårene. Ved utsatt prøve i desember 2002 meldte det seg opp for eksempel 54 studenter og kun 18 møtte til eksamen. Det virker altså som om det er relativt liten sannsynlighet for at de som ikke gjennomfører matematikkstudiet og består eksamen på regulært tidspunkt, noen gang kommer til å fullføre matematikkstudiet. De fullfører altså ikke utdanningen og får ikke godkjent lærerprøven.

Avdelingen har fått midler til å øke gjennomstrømmningen, og vi har tilbudt hjelp til oppgaveregning av studentassistenter. Men det viser seg at få benytter seg av tilbudet.



## Konklusjon

En situasjonsbeskrivelse av dette må bli: Studentenes matematikkunnskaper er svært dårlige. Strykprosenten er svært høy, og dette synes ikke å reflektere at det stilles urimelig høye krav ved eksamen. Kunnskapsnivået er øyensynlig også lavt blant dem som består eksamen. De er bedre i didaktikk, som er hovedingrediensen i mappedelen. Men på skriftlig eksamen er didaktikkdelen minst like dårlig som regneferdighetsdelen. Holdningene til matematikk er negative ved start, og de endrer seg lite. Matematikk er et vanskelig fag der mange opplever tilkortkomming. Både faglig svakhet og negative holdninger vil i neste omgang kunne videreføres til grunnskolens elever, som igjen om noen år blir våre studenter. Dette er uholdbart, konkluderte vi med våren 2003 under arbeidet med nye fagplaner.



## Kap. 2. Matematikkundervisningen

De dårlige resultatene i matematikk forklares bortimot unisont ved hjelp av noen få parametre.

Høye stryktall har vi opplevd flere år. Men vi gjør vel som lærere flest - skylder på studentene, kommenterer dekanus ved Fakultet for fysikk, informatikk og matematikk, NTNU. (Fortsatt stryk på matte)

Ifølge faglærerne på Institutt for matematiske fag skyldes den høye strykprosenten dårlige forkunnskaper og liten arbeidsinnsats hos studentene. (Kan ikke regne)

Det er faktisk påfallende at det i rapportene om matematikkunnskapene til Norsk Matematikkråd, ikke i det hele tatt diskuteres om kvaliteten i matematikkundervisningen også kan være en mulig årsaksforklaring til tingenes tilstand. Dette er ikke helt riktig, for det slås ettertrykkelig fast at lærernes manglende faglige kompetanse i matematikk er et stort problem og noe som blir et enda større problem i framtida. Men det er bortimot underforstått i det allermeste av det som skrives, at matematikk-kompetente læreres undervisning er det ingen grunn til å stille spørsmålstegn ved. Problemet i videregående opplæring er at så mange elever velger bort matematikken, ofte av rent strategiske grunner, og at de dermed får for dårlig grunnlag i matematikk. Men er det holdbart å legge skylden så ensidig på studentenes forkunnskaper og svake studieinnsats? Er det bare snakk om å få flere til å ta matematikk i en lengre periode, eller må det også rettes søkelys mot måten matematikk undervises?

Det finnes mye litteratur om matematikkundervisning, mest om undervisningen i skolen, men også noe om høgre utdanning. Såvel kvalitet som relevans varierer sterkt. Nedenfor vil vi presentere det vi har funnet som har vært av betydning for det aktuelle forsøket.

### **Det fungerer ikke...**

Hart (1999) har gjennomført en metastudie om matematikkundervisning på tertiærnivå, dvs hun har gått kritisk igjennom alt det som er publisert om dette i løpet av de siste 15 år. Konklusjonen er klar:

The most compelling reason to do research on postsecondary mathematics teaching is because what we are doing in mathematics classrooms now is not working for the vast majority of students. According to the National Research Council (1989), "We are at risk of becoming a nation divided both economically and racially by knowledge of mathematics" (p. 13). It will not be enough, however, merely to do the research; we also must make efforts to disseminate it into the academic community through journals, presentation, and workshops. The work is too important not to act. (18)

Det virker som om Hart har godtgjort at det finnes velutviklede måter å undervise matematikk som er noe helt annet enn de som praktiseres nå, og som må spres til alle steder der det foregår undervisning. For undervisningen i skolen (K-12 som det betegnes i USA) ga det amerikanske forskningsrådet, nevnt over, klare anbefalinger for 15 år siden:

Teachers almost always present mathematics as an established doctrine to be learned just as it was taught. This 'broadcast' metaphor for learning leads students to expect that mathematics is about right answers rather than about clear, creative thinking. (57, sitert i Hart, 1999:4)

Den innebygde utfordringen ble tatt opp av National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) som i diverse publikasjoner har tatt til orde for at nøkkelordene for god undervisning i matematikk skal være aktivitet og involvering av elevene:

Rather than being passive recipients of information, learners need to communicate their mathematical thinking, defend and justify their arguments, and work with others to develop mathematical knowledge. (op.cit.)

I skoleverket har øyensynlig forskning og utviklingsarbeid langs disse linjene brakt forståelsen av hvordan god undervisning i dette faget skal se ut, mange skritt framover. Om man ser på hva som presenteres i Skandinavia som god matematikkdiraktikk, er tendensen klar: Undervisningen skal bygge på det nyere kognisjonsforskning har lagt grunnen for. Elevene må konstruere sin egen forståelse gjennom å delta i (ofte problemløsende) aktivitet i samarbeid med andre.

Men i høgre utdanning er det ikke slik, skal vi ta Hart's arbeid på alvor. Her har det slett ikke vært noe omfattende utviklingsarbeid. Forskningen på dette feltet har så å si utelukkende vært fokusert på studentene. Hvordan lærer studentene matematikk? Hvilke faktorer er forbundet med framgang? Hvilken forståelse (og feilforståelser!) er det studentene skaper? Og hvordan henger dette sammen med kjønn og etnisitet? Men forskning om undervisning?

However, practically no work exists that closely studies collegiate mathematics teachers. Noticeably absent is work on the beliefs of mathematics faculty, how those beliefs impact instruction, how mathematics faculty change their teaching in response to reforms, or how the culture of the mathematics department impacts teaching. (op.cit.)

Det som finnes av forskning på området, viser iflg Hart at undervisning i høgre utdanning er sterkt knyttet til 'beliefs and perceptions developed out of experience'. Og undervisningen er i så stor grad tradisjonsbestemt, at erfaringene heller ikke blir varierte og dermed heller ikke overskridende. Men

Hart går lenger når hun skal forsøke å forklare hvorfor det ikke har skjedd mer i matematikkundervisningen på dette nivået:

As practitioners of a "hard" discipline, mathematicians tend to share high levels of consensus on research methods and on the relative importance of research questions ... Research that studies teaching or how teaching might change is not part of the culture of mathematicians. As long as postsecondary mathematics teaching is considered unworthy of the kind of serious scholarly study that has been done in the K-12 setting, it will be difficult to move in the direction called for by reform. (Ibid.:15)

Fra de få studiene som finnes, er det et temmelig bastant bilde som kommer fram om hva som er den vanlige undervisningsformen. Det er 'teaching as telling' som gjelder og studenter som først og fremst tar notater. Det stereotype bildet av matematikklæreren med krittstøv opp til albuen og studentene som overfører de visuelle representasjonene fra tavle til egne notatark, ser ikke ut til å være så langt unna det bildet forskningen gir. I denne formen blir god undervisning synonymt med klar presentasjon i passe tempo og med gode skriftbilder på tavla. Et overordnet krav fra studentene er at det som skrives på tavla må være pinlig korrekt. Det er ikke mulig å forstå alt det som kommer fra læreren der og da, og følgelig er det heller ikke mulig å kontrollere at det som skrives ned, er riktig. Men når notatene bearbeides senere, vil feil i notatene bare fungere kompliserende og forvirrende.

Det er dette mønsteret – nesten selve urformen for matematikkundervisning – Hart viser til og som ikke lenger fungerer 'for the vast majority of students'. Skal en ta Hart på alvor – og det bør en vel så lenge hun ikke gir uttrykk for sine private inntrykk eller oppfatninger men på det som tross alt finnes av forskning på området – er det ikke tilstrekkelig å se etter forbedringsmuligheter innenfor dette mønsteret. Det er andre spørsmål som må stilles enn hvordan lærerne kan bli enda dyktigere til å forklare ved tavlen.

## **Skolematematikken på våre breddegradder**

Høsten 2002 arrangerte Nasjonalt Senter for Matematikk i Opplæringen en stor konferanse om utvikling av matematikkundervisningen i skolen. Rapporten fra konferansen er en imponerende dokumentasjon av et stort antall initiativ og interessante forsøk, og det er bortimot umulig å gi en kort sammenfatning av innholdet. Men noen tendenser er relativt tydelige.

### *Et dansk forsøk fra 8. klasse*

Det er en sterk erkjennelse blant matematikkdiraktikere at det må vesentlige endringer til. Tradisjonene er så sterke at man så å si må bevege seg helt ut av det som er 'vanlig' for å få til noe som fungerer. Et dansk bidrag kan illustrere denne tendensen:

Blomhøj og Skånstrøm tar utgangspunkt i at det er nødvendig å skape forbindelse mellom elevenes erfaringsverden og matematikkens begrepsverden og språk. Begrepene må få mening og faglig dybde for elevene når de knyttes til en rekke forskjellige situasjoner. Skillet mellom skolematematikken og den virkelige verden må brytes ved at det blir helt tydelig at matematikken er en måte å betrakte verden omkring oss.

Spesielt på ungdomstrinnet har mange elever svært ved å finne meningen med den matematikk, de bliver præsenteret for i skolen. For rigtig mange bliver det overvæjende instrumentelle motiver, der styrer deres deltagelse i undervisning. De søger at leve op til de krav, der stilles i undervisningen, men danner sjældent egne motiver, der knytter sig til det faglige indhold. Det er ikke noget de ønsker at blive klogere på – verken i eller ved hjælp af faget matematikk. En del elever møder endvidere alvorlige forståelsesvanskeligheder og bliver som følge heraf meget defensive i deres forhold til matematikundervisningen. Når der samtidig er meget store forskelle på elevernes faglig grundlag, når de starter i 8. klasse, tegner der sig en alvorlig pædagogisk udfordring for matematikundervisningen på ungdomstrinnet. (Blomhøj & Skånstrøm 2003:62)

Undervisningsforløpet de har prøvd ut (kalt Matematik Morgener), ble gjennomført ved Statens Pædagogiske Forsøgscenter med en gruppe 8.-klassinger som hadde meldt seg til forsøket. Opplegget strakk seg over 8 skoletimer. Elevene skulle ta utgangspunkt i det de ser – med sine matematikkbriller på – fra de våkner om morgenen til de er ankommet og starter ved SPF. På grunnlag av nøyaktige opptegnelser skal notatene bearbeides matematisk og formidles til andre på et A3-papir. Det var altså ikke noen bestemte oppgaver eller noe felles prosjekt som skulle gjennomføres. I stedet kom elevene til å arbeide med ganske forskjellige problemstillinger.

Det undervises ikke i tradisjonell forstand, men det praktiseres noe som likner på lærerforklaring, nemlig 'åpen kanal': Når elevene tok initiativ for å involvere lærer, var det typisk fordi de var optatt av å løse et bestemt problem eller å få beskrevet en situasjon ved hjelp av matematikk. Når elevene 'åpnet kanalen' til lærerne, skulle sistnevnte praktisere en gjennomtenkt samtaleform. Som lærer kommer man da i den ønskesituasjonen at eleven 'ligefrem kræver at lære noget konkret' (s. 64) og eleven ønske å lære her og nå fordi hun eller han har bruk for svaret for å komme videre med noe aktuelt og interessant. Og da skal læreren ikke misbruke en slik gylden anledning. Læreren skal respektere elevens

perspektiv og avstemme den faglige støtten som gis til dette, til tross for at elevene ofte viste seg mer interessert i en utdypende forklaring, utover løsningen av det problemet som var utgangspunktet.

Erfaringene var meget gode. Elevene ga uttrykk for positive opplevelser og en ny holdning til matematikkfaget. Samtidig stilte elevene spørsmål ved om det de lærte på denne måten var godt nok. De arbeidet uten lærebok og uten lærernes introduksjoner, gjennomganger og forklaringer!

Men så er det altså slik at elevene går tilbake til sine respektive klasser. De har vært med på noe helt annerledes, men hva betyr det når hovedtyngden av undervisningen eventuelt har andre karakteristika?

Eleverne har haft omkring 1000 matematiklektioner, når de starter i 8. klasse. Langt de fleste har en meget fast og ofte meget stereotyp opfattelse af, hvad faget er, og hvordan det praktiseres i folkeskolen. Mange er rigtig glade for og trygge ved denne undervisningen, men det er også mange som er rigtig kede af den. (Ibid.:70)

### ***Et svensk inspirasjonsprosjekt***

Prosjektet *Matematik från början* er et inspirasjons- og kompetanseutviklingsprosjekt i samarbeid mellom Lärarhögskolan i Stockholm, Skolverket og Nationellt Centrum för matematikutbildning (NCM) ved Göteborgs universitet. Det er etablert et nettverk av interesserte og kompetente personer fra hele landet, alt fra lærere, skoleledere, lærerutdannere og forskere. Det er lokale initiativ som skal støttes innen nettverket og i fellesskap skal det utvikles en større interesse for – og en bedre forståelse av – kvaliteten i barns matematikkæring. Sentralt står tidsskriftet *Nämnaren* som skal fungere som en møteplass for forskning, utveksling av tips, undervisningsmateriale og erfaringer generelt.

Göran Emanuelsson ved NCM redegjør for deres erfaringer med misforholdet mellom barns læring av matematikk og den tradisjonelle måten å undervise på. Han har ikke den samme oppfatningen som Blomhøj og Skånstrøm av hvor mange elever det er som er 'glade for og trygge ved' denne undervisningsformen:

Ofta möter jag signaler som tyder på att våra omedvetna och oreflekterade uppfattningar av matematik, matematiklärande och matematikundervisning bidrar till att hindra barns lärande och utvecklingen av svensk matematikutbildning. (Ibid.:94)

Han konkretiserer følgende 'skenbart motstridande påståenden' som ser ut til å fange opp de dominerende oppfatningene i Sverige (Ibid.:94-95):

*Undervisningsparadokset:*

Matematikk er vanskelig å lære, men lett å undervise.

Faget er så vanskelig at noen ikke kan lære det, uansett hvor mye de prøver. Og en del av innholdet er det meningsløst å prøve å forklare i det hele tatt. Så blir matematikken lett 'en apkonst', noen regler for hvordan man manipulerer noen symboler. Dermed blir det lett å akseptere – for lærere, foreldre og elevene selv – at man slett ikke kan forvente at alle elever skal kunne lære, kunne forstå eller kunne anvende matematikk. Dette gir legitimitet til den 'lättsködda matematikundervisningen' – den som ureflektert følger en lærebok og som gir inntrykk av at matematikk er en individuell, instrumentell, kjedelig, regelstyrt og uforståelig aktivitet.

*Eksklusivitetsparadokset:*

Alle trenger matematikk, men bare noen få kan lære matematikk.

Mange barn får ødelagt tiltroen til egne evner når matematikken utelukkende uttrykkes i abstrakt og symbolsk form. Formalismen og det 'ofta omotiverat obegripliga' leder mange elever til å oppfatte faget som irrelevant og velger seg bort fra det så fort de kan. Dette innebærer en åpenbar konflikt mellom behovet for at samfunnsborgerne trenger matematisk forståelse og tankeverktøy men der elektroniske hjelpemidler mer og mer overtar beregningene. Jo mindre matematisk forståelse, jo større avhengighet av elektronikken.

*Innholdsparadokset:*

Matematikken er en del av livet, men elevene lærer for skolen.

Fra tidlig alder opplever elevene at matematikken blir innelåst innenfor klasserommets fire vegger eller regnebokens permer. Og elevene innretter sin læring mot – og for – det som foregår innenfor denne rammen. I undervisningen utvikles usynlige, didaktiske kontrakter. Og slik blir det til at hverdagslivets, individets så vel som samfunnets behov, læreplanens mål og forskning og utviklingsarbeid på det matematikkdiraktiske området, får mindre betydning for det som foregår i skolen enn 'vår oreflekterade tradition'.

Disse paradoksene ser ut til å fange dagens situasjon godt, også utenfor Sveriges grenser.



## Er matematikken 'TIRED'?

Hva har man funnet ut i UK, nærmere bestemt i matematikk i 9. klasse? Nardi & Steward (2003) ønsket å fokusere på en annen gruppe elever enn dem som har vært undersøkt mest, nemlig de som bråker og forstyrrer, skulker eller som blir diagnostisert som elever med spesielle vansker eller behov. De ville se nærmere på de elevene som uttrykker sine holdninger på langt mer subtile måter, de som er stille, umotiverte, nærmest usynlige. Den profilen som disse elevene bidrar til å utvikle, burde gi grunnlag for å reflektere over hvorfor så mange gjør det dårlig i matematikk og velger bort matematikk så snart de kan. Det bildet som framkommer, stemmer godt med såvel de danske som de svenske erfaringene vi har trukket fram over.

Prosjektet gikk over ett år. De lærerne som deltok hadde verken svært gode eller svært dårlige relasjoner med elevene, men ble antatt å være relativt typiske matematikklærere for temmelig vanlige elever i skoler med godt omdømme og god søkning, bl a med skoleprestasjoner over landsgjennomsnittet, både generelt og i matematikk. Det ble først gjennomført klasseromsobservasjon over 7 uker og deretter gruppeintervjuer med elevene (1 – 4 i gruppen).

De elevene som ble inkludert i gruppen av informanter, arbeidet typisk med matematikken på grunnlag av noe forskerne kaller 'professional obligation' eller som resultat av press fra skolen og/eller foreldrene. De hadde svært liten glede eller tilfredshet fra arbeidet med matematikken. Men de fant seg i å måtte arbeide med noe de verken likte eller hadde noe annet positivt forhold til. De hadde ikke noen generell motvilje, verken mot skolen i sin alminnelighet eller til matematikkfaget. Mange fortalte om både positive og negative opplevelser. Og det var bare halvparten som ga uttrykk for en så klart negativ holdning til faget at de allerede hadde bestemt deg for å velge bort faget ved første anledning.

Det typiske i disse elevenes oppfatninger av matematikk og matematikkundervisning sammenfatter forskerne i akronymet TIRED:

### *Tediousness (kjedsomhet)*

De aller fleste ga uttrykk for at matematikken for dem var et irrelevant og kjedelig fag. De fikk ikke noe positivt ut av å arbeide med det. Innholdet ble oppfattet som noe sært noe som ikke kan brukes til noe. Elevene uttrykker altså på sin måte det andre har satt andre betegnelser på når de skriver om at elever blir fremmedgjort for matematikken på grunn av det abstrakte preget og den sterke vektleggingen av symbolbruk. Det er kanskje ikke så rart; forskerne observerte bl a undervisning der elevene fikk 20 oppgaver der de skulle finne

omkretsen av en sirkel når diameteren er gitt. ”The formality, repetition and meaninglessness of such a task (’It’s like parrot-work. It is parrot-work. It’s just like doing the same stuff over and over again’) is experienced with exasperation from the students, who sometime see this as an inextricable part of the nature of mathematics...” (Ibid.:351).

Nå er det etter hvert blitt lagt større vekt på å skjerme elevene fra denne typen oppgaveløsning og å legge vesentlig større vekt på det oppgavemakerne mener skal være praktisk og anvendelig. I denne studien syntes elevene slett ikke oppgavene ble gode av den grunn. De oppfattet ikke at utformingen av gjerder eller konstruksjon av bord som noe som angikk dem. Det virker som om matematikken i det hele tatt oppfattes som en aktivitet uten kontakt med livet utenfor den verden som matematikken opererer innenfor, en eksklusiv, streng, formalistisk verden, helt uten fantasi og liv.

### ***Isolation***

Elevene oppfatter matematikken som et fag der det settes bom for enhver mulighet for å arbeide sammen med andre. I motsetning til vanlige, stereotype forestillinger om at matematikk må læres alene, helt uten kommunikasjon med andre, i dyp konsentrasjon og stillhet, mente elevene helt klart at de lærte mye bedre i samarbeid med andre, særlig med andre medelever (og i hvert fall ikke med en ’potentially scolding or very busy teacher’ hengende over skuldra).

Interessant nok stemmer det disse elevene hevder, godt med den typen nyere litteratur om læring som blir klassifisert som aktivitetsteori (’situert læring’) eller som konstruktivisme, dvs de teoritradisjonene som legges til grunn i samtidig matematikkdiraktikk. Elevene legger også vekt på at arbeid sammen med andre i matematikklæring ikke bare er med tanke på effektivitet (få gjort ferdig oppgavene), men like mye med tanke på å oppnå forståelse. De mener at matematisk forståelse utvikles best gjennom diskusjoner, forhandlinger og det å måtte forklare for andre det man tror seg å forstå. Når elevene legger så stor vekt på matematisk forståelse som de faktisk gjør, er det ikke overraskende at de misliker matematikk som framstår som drilling og repetisjon av meningstomme aktiviteter.

### ***Rule and Cue/ Rote Learning (pugg av regler)***

Det er gjennomgående hos elevene at de oppfatter matematikk som et sett regler som angir udiskutable og spesielle metoder og svar på en type problemer. Matematikken er, i deres øyne, regelstyrt aktivitet. ”In this frame of mind memorisation and mimicking of correct procedures as demonstrated by the teacher is then an efficient route to an improved performance in mathematics.”

Ikke til å undres over at mange elever synes dette er kjedelig, men bak denne kjedsomheten sporer forskerne også et utilfredsstilt ønske om å få tilgang til en dypere forståelse og et engasjement av en helt annen type enn det å skulle lære seg å følge noen cues som gis av lærer og av lærebok. En slik dypere forståelse – hvor vag og ubestemmelig den enn måtte være – blir oppfattet som å stå i klar motsetning til det de oppfatter som sin 'professional obligation' når det gjelder å gjøre det som skal gjøres. Det er altså andre ting de oppfatter forventes av dem enn det de kunne ha lyst til å gjøre.

Matematikkundervisningen trekker i retning av 'a rather mindless task-completion activity that does not require high levels of concentration'. Og tilsvarende positive opplevelser får de når de en sjelden gang opplever at de får til noe som krever noe av dem og som de ikke trodde at de ville forstå. Noen av dem forteller at de gjerne kan akseptere en dårlig karakter på en prøve hvis det var prisen de måtte betale for virkelig å forstå noe. Og gode karakterer gir ikke særlig tilfredsstillelse hvis de ikke reflekterer en solid forståelse.

### *Elitism*

Elevene oppfattet matematikk som et vanskelig fag som bare er mulig å lære for folk med uvanlig gode evner. Dette innebærer også at hvis det kommer fram at man ikke kan eller ikke forstår, tærer det på selvtilliten og troen på egne evner. Blant de elevene som deltok i studien, var det dårlig med tiltro til egne evner når det gjaldt å lære seg matematikk. Men så ser det da også ut til at det er dårlig med tiltroen til egne evner blant svært mange elever, ikke bare hos dem som gjør det jevnt over dårlig. Og troen på egne evner settes på ekstra prøver i et læringsmiljø med mye karaktergiving og offentlighet omkring karakterer. Det ser også ut til at tro på egne evner er sterkt korrelert med innsatsen i arbeidet med matematikk. Har man tiltro til egen læreevne, arbeider man mye med matematikken, får gode resultater, får bekreftet troen på egne forutsetninger og så videre i en positiv spiral. Den andre spiralen er like tydelig:

Unfortunately, a worryingly high number of students, and within the context of this study at least an overwhelmingly high number of almost exclusively *female* students ..., express rather fatalistic views on mathematical ability as innate. 'Everybody gets it except me, I'm sitting there, I'm like ... help me' says Jane, who, ... also makes the claim that 'the answer would have been wrong anyway'! The blow on this student's mathematical confidence – which on the basis of the observation and interview evidence seems to be both environmentally and self-inflicted/exaggerated – seems to be a severe one. (Ibid.:358)

De elevene som klarer seg godt i matematikk, får nærmest et ekstra eksklusivt preg. De nærmer seg den populære oppfatningen om matematikere som bisarre

intellektuelle, de blir personer man nærmest blir litt redd for, slik man blir med overmennesker. Forskerne konkluderer her med at elevene i denne studien

... are unwilling to engage in this hierarchical game according to which an individual's intellectual capacity is heavily judged in accordance with their mathematical ability.

...

Furthermore, the hierarchy inherent in the above outlined elitist situation alters the nature of the classroom experience from one that focuses on catering for the individual learner's needs to one that focuses on establishing and assessing each learner's position in this hierarchy. The students express their alienation from this depersonalised, deterministic mathematical experience. (Op.cit.)

### ***Depersonalisation (ingen tilpasninger)***

Elevene kom stadig vekk, i mange sammenhenger, inn på hvor viktig det er å ta hensyn til individuelle behov i matematikkundervisningen. Det ser ut til å være et viktig trekk ved de lærerne som elevene setter pris på, at de kan balansere sensitivitet med krav i møtet med den enkelte elev. De opplever matematikkundervisningen som en forhåndsplanlagt struktur der programmet må følges, så å si uten hensyn til elevenes behov. Med liten vekt på elevtilpasset opplæring (som vi ville kalle det hos oss), skal alle gå i takt, uten noen annen form for differensiering enn at noen klarer seg og andre ikke gjør det. Elevene nærmest bønnfaller om at undervisningen, i hvert til en viss grad, blir tilpasset til deres behov. Når individualiseringen er fraværende, blir de etter hvert fremmedgjort fra faget og deltar mer og mer ut fra 'professional obligation' og mindre og mindre ut fra interesse mens de ser fram til den dagen de slipper mer matematikk.

### ***I tillegg til 'TIRED' – hva med 'morsom' undervisning?***

Som nevnt tidligere, er det ikke noe gjennomgående trekk blant disse elevene å være negative til skolen eller til matematikken som fag. De er derimot svært takknemlige dersom de får oppleve god undervisning i matematikk.

Når de snakker om god undervisning, refererer de ofte til at det som foregår, er 'morsomt'. Men det er selvsagt temmelig upresist å henvise til noe som 'morsomt'. For disse elevene var det ikke snakk om å ha en lærer som var morsom. Det er aktiviteten som må oppleves som positiv, som givende. Og, selv om også elevene kan legge ulike ting inn i en slik beskrivelse, virker det som om de er ganske samstemte i å forvente variasjon, dynamikk i selve situasjonen og relevans og nytte – og som de selv oppfatter på denne måten – i lærestoffet, noe som angår dem i deres egen situasjon. Matematikk blir oppfattet som nesten det motsatte av andre, mer populære skolefag og aktiviteter. Mens alt som har med kreativitet å gjøre gjennomgående vurderes positivt, og når elevene ofte setter

pris på prosjektarbeid, er dette i sterk kontrast til hvordan matematikken oppfattes. Det er heller ikke morsomt å bli sammenliknet med andre elever stadig vekk, i hvert fall ikke for andre enn de få som gjør det virkelig godt. Elevene liker dårlig å være "... in an atmosphere of fear, or through humiliation and do not like being 'put down'" (Ibid.:364).

### *I tillegg til 'TIRED' – hva med elevenes læring og lærernes undervisning?*

Det er ikke noe framtreddende poeng hos Nardi & Steward, men det blir nevnt, og det er fristende å legge det til i denne sammenhengen: Det virker som om det er to fristelser som matematikklærere noen ganger faller for, og som viser seg å fungere dårlig.

Det ene er å forsøke å skape interesse hos elevene gjennom tanken om 'en god forestilling'. Skal elevene få oppleve at noe er spennende, går læreren i gang med å *demonstrere* for elevene hvor spennende det er. Men det blir ikke det samme å se en demonstrasjon av noe som å oppleve det selv. Det kan faktisk bli ganske plumpt å se på forestillingen med en sterk forventning hengende i rommet om at 'nå må dere legge merke til hvor spennende dette er!' Når elevene synes noe er vanskelig, er det ikke sikkert at det hjelper at læreren demonstrerer hvor lett det *egentlig* er. Det virker som om elevene er ganske krevende på dette punktet. Skal noe være spennende, så må situasjonen arrangeres slik at sannsynligheten maksimeres for at de opplever det som spennende. Det siste er mer krevende enn det første, men antakelig helt nødvendig. Så vil det vise seg at alt ikke blir like spennende hver gang, men det vil trolig elevene akseptere når de bare merker lærerens ambisjon.

Det andre er å forsøke å øke elevenes motivasjon gjennom forenklinger.

"... making difficult content easy to learn is barely enough to improve mathematics achievement. It is more important to ensure that difficult mathematical content is presented in an interesting, attractive and enjoyable way" (Ma 1997, sitert i Nardi & Steward, s 347).

Så er det nok riktig at utfordringene må avpasses til forutsetningene. Men elevene bør få bryne seg på virkelige problemer og ikke få utlevert noen tommelfingerregler som de bare skal anvende, så å si uten forståelse. Det er trolig helt avgjørende hvor mye *støtte* den enkelte elev får når man blir konfrontert med store utfordringer, og det er kanskje dette punktet som burde vektlegges høyt.

## Drøfting

Det er vel ikke å ta for hardt i å hevde at matematikkundervisningen er i krise. Resultatene fra nær sagt alle utdanningsnivåer, fra barnehagen til universitetsnivå, er meget dårlige. En reservasjon hører vel likevel med her: Det elitistiske preget matematikken (med rette eller urette) har fått, opprettholdes kanskje innen utdanningsinstitusjonene, mer enn vi vanligvis er oppmerksomme på. De elevene som gjør det godt i matematikk fra tidlig alder av, blir motivert til å arbeide med matematikken og kommer inn i en positiv læringsspiral. Men de som begynner å streve med faget tidlig, kan kun bli sett på som en bekreftelse på dette elitistiske ved faget; ”ikke alle forstår matematikk, jenta mi”. Det er nemlig noe i måten man er konstruert mellom ørene som bestemmer – mer enn egen innsats – hvor god man kan bli i matematikk. Er man uheldigvis kommet i den gale kategorien, er det vel det meste man kan satse på å praktisere ’professional obligation’. Det er i hvert fall ikke noen grunn til å sette noe spørsmålstegn ved læreren; alle vet at det ikke er mulig å ’skape brød av stein og ånd av striler”, som Welhaven formulerte det i sin tid.

Om man vil spissformulere seg, blir det mer og mer et absurd teater som foregår i matematikkundervisningen jo høyere man kommer i utdanningssystemet, men før man er kommet til det trinn der de som kun har ventet på å slippe mer matematikk, endelig slipper. Innen så skjer, holder læreren standhaftig på med å undervise mens en større og større andel av elevene har gitt opp håpet om å lære matematikk og bare venter på nye bekræftelser på det uavvendelige nederlaget. De som har gitt opp, mangler ikke bare tiltroen til egne evner og motivasjonen for å lære; de mangler etter hvert så mye i de grunnleggende kunnskapene innen faget, at det nærmest er blitt umulig for dem å henge med. Men tilkortkommingen og håpløsheten oppleves kun som selvforskyldt. Eleven mangler de naturgitte forutsetningene, de er ikke flittige nok, de har sine interesser andre steder. Det er dette som er problemet, ikke at undervisningen er dårlig. Hele forløpet blir på sett en selvoppfyllende profeti: De som har evner, interesse og arbeidsdisiplin gjør det godt, mens det er lite som kan gjøres med de andre.

Det kan altså være at alt fungerer bra om man kan slå seg til tåls med at det er en helt urimelig ambisjon å satse på at store deler av ungdomskullene skal bli gode i matematikk. Lar man den naturlige seleksjonen gå sin gang, vil de gode blomstre, så å si av seg selv, nesten uavhengig av undervisningen. Det er når ambisjonene går ut på at matematikk skal læres av mange, at kvaliteten i undervisningen blir viktig. Da går det ikke å slå seg til tåls med den defaitistiske holdningen om at matematikk kun er for de få glupe.

Selv om det risikabelt å trekke altfor store veksler på en studie fra et naboland, har resultatene til Nardi & Steward høye gjenkjenningsverdi, også hos oss. Og resultatene burde, i det minste, gi grunnlag for antakelse om at det er en lei medlæring av (la oss for enkelthets skyld kalle det) dårlig matematikk-undervisning, nemlig den at studenter som har problemer med matematikk, tenderer til å gi opp håpet om å lære seg matematikk, blir defensive og har liten tro på at det nytter å forsøke; det nytter allikevel ikke.

Den muligheten at det er sant at bare en liten del av befolkningen kan lære matematikk, kan man selvsagt ikke helt og holdent avvise. Det er også mulig, men trolig enda verre å begrunne og godtgjøre, at læring av matematikk har relativt lite å gjøre med kvaliteten i undervisningen. De som har gode forutsetninger for å lære matematikk, lærer matematikk selv så lenge ikke lærere ødelegger for mulighetene, og de andre vil kun ha marginal nytte av ivrige og dyktige matematikklærere. Men, hvis det skulle forholde seg slik, kan man i grunnen bare skrinlegge forsøkene på å bedre matematikk-kunnskapene hos folk flest generelt, og elever og studenter spesielt.

Så selv om det muligens kan komme til å vise seg at det var et naivt optimistisk spill av krefter, kan det i hvert fall ikke gjøre noen skade å gjøre seriøse forsøk på forbedre resultatene i matematikk. Men lett er det ikke. Tradisjonene i matematikkundervisningen er usedvanlig sterke, og de må åpenbart utfordres, hvis man skal ta forskningen på alvor. Det virker ikke som særlig sannsynlig at det vil være mulig å oppnå vesentlige forbedringer ved hjelp av modifiseringer av de grunnleggende mønstrene som ligger i tradisjonen. Og å utfordre sterke tradisjoner er som kjent ikke noe man gjør upåaktet, kanskje heller ikke ustraffet.





### Kap. 3. Vårt prosjekt

Vi diskuterte flere muligheter før vi fattet beslutning om hva vi skulle forsøke. I en underbemannet seksjon var det begrenset hvor mye tid som kunne avsettes. Det var heller et ønske om å redusere arbeidsbelastningen på lærerne enn å øke den ytterligere. Vi har hentet inspirasjon og ideer fra forskjellige kilder.

### Noen danske erfaringer

Vi inviterte en ressursperson fra Danmarks Tekniske Universitet, dosent Gunnar Mohr, som la om et innføringskurs i matematikk med stor suksess da han i sin tid overtok ansvaret for det. Kurset hadde også her hatt dårlige resultater tidligere. Hans korte beskrivelse av opplegget var slik før den ble utdypet og diskutert på vårt seminar:

Et kurs i grundlæggende Matematisk Analyse for diplom-ingeniørstuderende gir 5 ETC points gennem et semester. I erkendelse af de problemer der var, med manglende interesse og dumpeprocenter over 50 gjorde vi følgende: Der blev skrevet en ny lærebog bestående af en række mindre hefter med den grundlæggende teori. Disse bøger skulle kunne anvendes som opslagsbøger senere. Til bøgerne knyttedes en række arbejdshæfter, hvorigennem den studerende blev aktiveret. Lektionerne bestod af en vekselvirkning af teori og de studerendes eget arbejde (under vejledning) med arbejdshæfterne. Eksamensformen var ret speciel. Lærer og censor gav først en karakter for arbejdshæfterne. De studerende vidste, at der var givet en sådan karakter, men kendte den ikke. Det var da en kort, mundtlig eksamination, hvis formål var at undersøge, om der var stor forskel på den studerendes viden og forståelse og de afleverede arbejdshefter. Eksaminationen bestod i spørgsmål knyttet til arbejdshæfterne som den studerende sat med foran sig. Kun såfremt der afsløredes en afgørende forskel, ville den givne karakter blive ændret. De studerende kunne fravælge ordningen og i stedet gå til en sædvanlig mundtlig eksamen. Dumpeprocenten faldt dramatisk til omkring 5 %. De studerendes arbejdsindasts øgedes tilsvarende. (Mohr 2002, personlig kommunikasjon)

Det opplegget de innførte med stor suksess ved DTU er ikke *den* riktige måten å utforme et matematikkurs. Men den grunnleggende tankegangen og forholdet mellom studentenes læringsaktivitet og vurderingsordning, er trolig ganske allmenngyldig.

## Bruke vurdering som drivkraft?

Det er en selvfølgelighet at eksamen virker motiverende. Men det er langt mer usikkert om den motivasjonen som eksamen ved avsluttende prøve, er den beste motivasjonen man kan finne. For øyeblikket ser det ut som det, i stor skala, over hele landet, legges til grunn en ganske enkel logikk som egentlig er temmelig fantasiløs og dårlig. I bunn og grunn går resonnementet slik: Når avsluttende prøve skal motivere studentene, er det et problem at effekten er så tidsbegrenset. Det må altså lages flere prøver med kortere intervaller. Dermed tvinges studentene til å jobbe relativt jevnt og trutt. Det er en høy pris å betale ved å bruke slike arrangement. Studentene lærer fort hvordan de skal klare seg på denne typen prøver, og de lærer seg å glemme ut det de får på prøvene relativt raskt. Det er en tilynelatende effektivitet man oppnår, men motiveringseffekten kan man forsåvidt registrere.

Det er også et problem at eksamens motiverende funksjon virker best på dem som trenger det minst – de dyktige, de som mener de kan gjøre det godt på prøver, tester og eksamener. For dem som har liten tiltro til egne forutsetninger for å lære matematikk, blir det mer sannsynlig en angstpreget 'motivasjon' som ikke fører til noen fornuftig, effektiv studieatferd. Med dårlig samvittighet vegrer man seg for å jobbe med matematikken, for arbeidet med et faget er både ulystbetont og så å si skjebnebestemt til å bli en katastrofe allikevel.

En av de betydeligste bidragsyterne i litteraturen om undervisning på tertiær-nivået på den andre siden av Nordsjøen, Graham Gibbs, peker på hvor viktig vurderingen er med tanke på studenters læringsvirksomhet. Nå vi velger vurderingsopplegg, er det viktig å både ta sikte på best mulig tilbakevirkning på studiearbeidet og å vurdere hvordan det opplegget man har valgt, fungerer i praksis. Vi vurderer studenter med tanke på å ivareta flere funksjoner, for å:

1. få studentene til å jobbe mye, jevnt fordelt utover hele forløpet ('capturing student attention and effort')
2. få dem til å lære på effektive måter ('generating appropriate learning activity')
3. sikre at de får mye god feedback ('providing feedback to the student')
4. kontrollere at de kan det de skal kunne, evt også å fastsette hvor gode de er blitt ('allocating marks – to distinguish between students or to distinguish between classifications')
5. demonstrere for omverdenen at rimelige standarder opprettholdes ('accountability – to demonstrate to outsiders that standards are satisfactory') (Gibbs 1998<sup>iii</sup>)

Det er, også hos oss, et veldig fokus på den 4. funksjonen – ikke så rart, selvsagt, i og med at det er denne som virkelig har betydning for studentene. Men Gibbs legger mer vekt på de tre første funksjonene:

What supports learning is 1-3 and we need these functions to be performed at all. And while we cannot afford to do it the way we used to we have to find ways to keep these functions alive and well. Some of the innovations in the case studies on the GDN [et nettverk for geografilærere ved britiske universiteter] web site involve using assessment to grab student learning hours, to engage them in activity which inevitably produce learning, or to give them some sense of how well they are doing even if the lecturer does not have the time to mark things herself. We need to use course requirements, portfolios, self and peer assessment and a range of other devices which are strong on functions 1-3 but which do not need to address functions 4 and 5 at all.

Det sentrale poenget ved opplegget ved DTU er hvordan vurderingsordningen her er lagt til rette for positive effekter på studentenes læringsaktivitet:

1. Det blir nødvendig for studentene å jobbe jevnt og trutt med matematikken (men ikke nødvendigvis så mye hele tiden), tett knyttet opp til progresjonen i undervisningen uten at dette baseres på det Nardi & Steward kalte 'professional obligation'. Studentene kan selv velge hva som passer dem best, enten delta i opplegget slik det er utformet og få en gevinst av det eller studere på den 'vanlige' måten, dvs laber studieintensitet gjennom storparten av semesteret med en intensiv eksamensforberedelse til slutt. Åpenbart passet det best for de fleste å følge opplegget. Altså: Studentene jobber mer gjennom hele forløpet.
2. Studentenes arbeid fokuseres på det som antas å være optimale læringsformer i matematikk, nemlig arbeid med oppgaver, nært knyttet til progresjonen i undervisningen. Studentene som følger opplegget, kan ikke relativt passivt følge undervisningen, men må være aktive med oppgaveløsning hele tiden. Altså: 'appropriate learning activity', ikke bare mer arbeid med faget.
3. Opplysninger mangler om hvordan studentene fikk kontinuerlig feedback på sitt eget arbeid.

Den avsluttende muntlige eksamen var lagt opp som en kontroll av autenticitet i studentens arbeid og ikke som noen vurdering av spesiell prestasjon i eksamenssituasjonen. I dette opplegget vil fusk være det samme som å levere inn arbeidsbøker man selv ikke har arbeidet med, eller ved å skaffe seg så mye hjelp at man ikke kan det som det innleverte materialet gir inntrykk av.

Det var dette som fanget vår interesse. Det var ikke interessant å kopiere DTU men å finne vår egen løsning på en positiv tilbakevirkning på studentenes læringsaktivitet ved hjelp av vurdering. Vi gjorde det på en helt annen måte, men prinsippet om å bruke vurdering på en måte som påvirker studentenes

læring på en mest mulig heldig måte, det var tanken. Vi ønsket å vektlegge feedback-elementet, og på en slik måte at det ikke gjorde lærernes arbeids-situasjon enda verre enn den allerede var. Derimot ønsket vi ikke å endre på selve eksamensordningen men beholde det samme opplegget som tidligere for dermed å kunne sammenlikne studentenes kunnskaper med tidligere resultater (jfr. Gibb's 5. funksjon over).

## Litteratur om 'formativ vurdering'

Man kan gjøre det enkelt og si at formativ vurdering er det samme som 'feedback'. *Hensikten* med evalueringen er avgjørende. Det gis feedback når evalueringen kun skal tjene som et utviklingsfremmende virkemiddel. Skal jeg lære ferdigheter i en sport, blir treningen mer effektiv når jeg får kvalifisert feedback på det jeg gjør og ikke bare er overlatt til min egen vurdering. En som kan gi meg kvalifisert feedback, kan fortelle meg hva jeg gjør bra, hva jeg ikke er blitt god nok til enda og – fremst av alt – hva jeg kan gjøre for å bli bedre.

Formativ vurdering er en supplerende form til den vi vanligvis tenker på, den summative. I det siste tilfellet er det snakk om å gi en sammenfattende konklusjon om kvalitet på et bestemt tidspunkt, f.eks etter et avsluttet læringsforløp. Da skal det tildeles et bestemt symbol på en prestasjon eller en kompetanse ved å sammenholde prestasjonen med kravene som gjelder. Det kan være snakk om å *godkjenne* (sertifisere, akseptere) en persons kompetanse (godkjent lærerprøve, medisinsk embetseksamen osv etter et lengre forløp, godkjenne kunnskapene innenfor et fagområde (anatomi, matematikk osv) på et bestemt nivå, akseptere forkunnskaper for å kunne påbegynne en utdanning osv) eller også å *rangere* dem som godkjennes.

Om vi tar utgangspunkt i Gibbs' vurderingsfunksjoner (se s.32), kan man betrakte de 3 første punktene som formativ vurdering, men ikke nødvendigvis. La oss først se på hans første funksjon.

Det er mange som er opptatt av å bruke vurdering for å stimulere – eller også tvinge - studentene til å jobbe, og det er kanskje vanligere å bruke summativ vurdering som disiplineringsmiddel enn formativ vurdering. Enten stilles det krav om at studentene må ha levert inn et tilstrekkelig antall arbeider (f.eks oppgaveløsninger) for å få lov til å gå opp til eksamen, eller også tilfredsstillende både volum- og kvalitetskrav og ikke bare innlevering. Det kan også gis karakter på det enkelte arbeid og la den telle med ved den endelige, summative vurderingen.

Dette er egentlig litt intrikat. Ved matematikk arrangerte vi tidligere en 'passeringsprøve' midtveis i forløpet. Vi stilte krav om at denne prøven måtte bestås for å få anledning til å framstille seg til eksamen et halvt år senere. Vi laget en relativt lett prøve. Det var ikke hensikten å stoppe noen, men rett og slett å presse studentene til å arbeide med matematikken i første semester også. Prøven ble laget som en summativ vurdering der prøven måtte bestås. En konsekvens var at vi pådro oss mye ekstraarbeid fordi de som strøk hadde rett til å kontinuere. Vi kunne ha laget den samme prøven som formativ vurdering. Da hadde studentene fått beskjed om at de ville få prøve seg i en realistisk prøvesituasjon for å få svar på hvor mye de kunne. Vi kunne også lagt mer press på dem ved å annonsere at de som fikk et resultat som lå under et visst nivå, ville bli innkalt til personlig samtale der de måtte redegjøre for grunnene til det dårlige resultatet og hva de hadde tenkt å gjøre i fortsettelsen. Fremdeles ville vurderingen være formativ. Det er altså ikke de ytre kjennetegn (eksamenslokale, -vakter og liknende) ved prøvingen som er avgjørende om den er formativ eller summativ. Det er formålet med vurderingen som er det avgjørende.

Om vi ser på funksjon nummer 2 hos Gibbs, er det trolig stor samstemmighet blant matematikklærere om hva som er den beste læringsaktivitet, nemlig oppgaveløsning. I dette faget er det altså relativt lett å få studentene til å lære fagstoff på en fornuftig måte og ikke bare sikre *at* de jobber.

Det springende punktet er hvordan studentene skal få feedback (Gibbs' 3. funksjon). Tradisjonen tilsier at studentene leverer inn sine besvarelser til læreren som tar med seg rettebunkene hjem som kveldsarbeid. Formelen er enkel: jo flere oppgaver studentene besvarer, jo mer arbeid for læreren. Men feedback må gis raskt om den skal ha noen verdi. Og lærernes arbeidssituasjon tilsier at det sjelden kan bli noen rask feedback. Dette blir da lett en demoraliserende ordning. Det må nødvendigvis ta noe tid å få rettet alle besvarelsene og få levert dem tilbake til studentene. I mellomtiden har studentene kommet videre og holder på med andre ting. Dermed er de ikke spesielt interesserte i resultatene fra den formative vurderingen. Det viktigste for dem, akkurat da, er heller å slippe å måtte gå tilbake og gjøre noe med det læreren har rettet – deres primære anliggende er om det de gjorde er 'godt nok' eller ei. Læreren ledes lett til å synes at studentene er utakknemlige som ikke setter pris på det arbeidet som er utført i seine kveldstimer og ser ikke at det er *for sen* feedback som er problemet. Et slikt opplegg må derfor nesten nødvendigvis bli tidsbegrenset fordi det er umulig å opprettholde motivasjonen, både hos lærere og studenter. Og resultatet blir gjerne at den summative vurderingen blir så å si enerådende og den formative finner ingen plass.

Det kan virke som en detalj det vi besluttet å gjøre i vårt prosjekt (se den konkrete utformingen s. 39ff), men det er egentlig noe langt mer betydningsfullt. Vi ønsket å legge stor vekt på alle de tre første vurderingsfunksjonene hos Gibbs. Det skulle gjøres nødvendig å arbeide med matematikken hele tiden, studentene skulle løse oppgaver, og de skulle få feedback svært raskt.

Og dette skulle være formativ vurdering – læringsdrivende vurdering. Vi måtte forvente at studentene ville etterspørre summativ vurdering og i hvert fall ikke føle seg sikre på at vurderingen skulle være helt og holdent formativ<sup>iv</sup>. I tillegg til at den gjensidige studentvurderingen skulle gi rask feedback, skulle det også være klart at det ikke kunne være noen skjult summativ vurdering her, all den tid læreren ikke ser noen av oppgavene.

Den gjensidige studentvurderingen har altså flere muligheter til å fungere formativt og læringsdrivende enn bare å skulle være en økonomisk ordning i lærernes tidsregnskap. Men det skulle også være tidsbesparende for lærerne.

## **Utformingen av prosjektet – hva gjorde vi?**

I tillegg til elendige resultater over flere år, kom det ny rammeplan høsten 2002. Den skulle iverksettes fra august 2003 ved vår høyskole. Det medførte arbeid med ny fagplan for matematikkfaget våren 2003. Faget skulle fortsatt være obligatorisk i allmennlærerutdanninga med 30 studiepoeng. Tilbakemeldinger fra studentene de siste årene hadde bl.a. gått på at det var for mye lærestoff å få oversikt over til eksamen, og at det tok for lang tid før eksamen kom.

### ***Ny fagplan***

Den nye fagplanen for matematikk inneholder de samme matematiske emnene, både når det gjelder innhold og nivå, som den tidligere fagplanen. Vi ønsket å fokusere enda mer på didaktikk og innholdet i grunnskolens matematikk, spesielt matematikken på barnetrinnet. Derfor formulerte vi flg. mål for matematikk 1, 30 studiepoeng:

Studentene skal

- utvikle et faglig og didaktisk grunnlag for å kunne planlegge, gjennomføre og vurdere matematikkundervisning etter gjeldende læreplan for grunnskolen med hovedvekt på barnetrinnet
- utvikle solide matematiske kunnskaper innenfor målområdene i grunnskolens læreplan

- lære å forstå, beskrive, vurdere og legge til rette for elevers læringsprosesser og kunnskapsutvikling i matematikk

Den didaktiske delen som omhandlet begynneropplæringen, flyttet vi til det nye obligatoriske 10 studiepoengskurset "Begynneropplæringen i norsk og matematikk". IKT er også sentralt ved lærerutdanninga ved HIØ, og vi har tidligere jobbet med Excel, Cabri og Winplot i det obligatoriske matematikkurset. Disse programmene skal vi fortsatt jobbe med, men vi ville fokusere enda mer på Excel, og spesielt i praktisk regning.

Vi har delt kurset i 3 moduler, som hver er på 10 studiepoeng og har en avsluttende eksamen. De to første modulene undervises første studieår, og den siste modulen undervises våren i andre studieår. Fordelingen av emner er slik:

**Modul 1:** Tallære og problemløsning som matematikkemner. Problemløsning som metode, diagnostisk undervisning, læreplanen og didaktikk til de ulike emnene som didaktikkstoff.

**Modul 2:** Geometri og praktisk regning som matematikkemner. Innenfor IKT jobbes det med Excel og Cabri. Ulike arbeidsmåter, tema- og prosjektarbeid, hvordan jobbe med IKT i skolen og didaktikk innenfor de matematikkfaglige emnene er didaktikkpensum.

**Modul 3:** Statistikk, sannsynlighetsregning og funksjoner som matematikkemner. Matematikkvansker, jenter, gutter og matematikk og didaktikk til de ulike emnene er didaktikkpensum. Innenfor IKT er det bruk av Winplot.

Eksamensform er skriftlig eksamen i modul 1 og 3 og muntlig eksamen i modul 2. I modul 1 får studentene ha med seg en egenprodusert og godkjent mappe. Oppgavene i mappa har blitt gitt ukentlig og studentene har fått veiledning i oppgavene den uka oppgaven er gitt. Oppgavene har vært didaktiske, åpne oppgaver og gamle eksamensoppgaver. Tanken bak dette var at studentene som jobbet jevnt med lærestoffet, skulle få uttelling for dette.

I vurderingen av hva som kan ha medvirket til eventuelle forbedringer i studentprestasjoner i dette prosjektet, må det nevnes at Modul 1 både omfatter en moderat stoffmengde og at tempo og progresjon dermed blir relativt lavt i forhold til senere moduler. Det er bevisst lagt opp til en relativt rolig start og økende tempo underveis.

## *Nivådifferensiering*

Vi har i tidligere år sett at det har vært stor forskjell i det faglige nivået til studentene. Mange har vært svake, men hvert år har vi hatt noen som både har hatt et positivt forhold til faget og som har vært flinke. Dette studieåret har vi i tillegg til allmennlærerstudentene hatt 7 studenter som ønsket å få et årskurs i matematikk og 3 studenter som ønsket seg bare 30 studiepoeng i matematikk. Begge disse studentgruppene ville bygge videre til bachelorgrad. Når man frivillig velger faget matematikk, er som regel evner og forholdet til faget bedre enn hos allmennlærerstudentene.

I tillegg til å få gjennom studenter med akseptabelt resultat, vil vi også prøve å ”kapre” studenter til påbyggingsenheten på 60 studiepoeng som vi gjennomfører for andre året på rad.

Vi ble enige om å gjennomføre en nivådifferensiering av studentene. Differensiering kan foregå innenfor hver gruppe/klasse der studentene jobber med oppgaver på ulikt nivå, eller man kan lage grupper med ulikt nivå der nivået innbyrdes er jevnt. Vi valgte det siste. Studentene skulle deles i 3 ulike grupper etter nivå. Det foregikk på flg måte:

Allerede to dager etter studiestart ble studentene informert om våre tanker og planer. De gjennomførte en test av en times varighet (se Vedlegg 1) som de rettet selv etter en fasit vi hadde laget. Testen inneholdt for det meste oppgaver i ungdomsskolepensum. Resultatet på testen sammen med et veiledende forslag fra oss om hvilke poenggrenser som skulle gi plassering i de ulike gruppene og studentenes erfaringer med faget gjennom egen skolegang, ble utgangspunkt for inndeling i grupper.

Antall studenter har i hele semesteret ligget rundt 110, men noen har begynt senere og noen har sluttet. Studentene fordelte seg slik:

**Gruppe 1:** studentene med de beste forkunnskapene (over 30 poeng av 45 mulige på testen) sammen med fagstudentene (omtalt over) ble 18 stk.

**Gruppe 2 og 3:** studentene med middels resultat (15/20 - 30 poeng) ble på 39 og 41 studenter.

**Gruppe 4:** Studentene med de dårligste forkunnskaper (under 15 poeng og et meget dårlig forhold til matematikkfaget) ble 16 studenter.

Det skulle egentlig være mulig å bytte grupper, men gruppe 2 og 3 hadde vanskeligheter med å ta i mot flere studenter pga. romkapasiteten. Det var allerede et problem med store nok lokaler for disse gruppene.



I starten ble oppgavene på ukeplanen markert med oppgaver til gr.1, til gr. 2/3 og til gr. 4. Etter hvert som vi ble kjent med gruppene, ble vi enige om å sette opp en del oppgaver som alle burde jobbe innenfor. Læreren i den enkelte gruppa bestemte selv hvilke oppgaver hans gruppe skulle regne.

Det er altså en ren nivådifferensiering som er utprøvd, ingen tempodifferensiering. Studentene i de ulike gruppene skal arbeide i takt med de samme temaene, men gå ulike dypt ned i stoffområdene. Forhåpningen var at studentene skulle gis anledning til å lære matematikk i et tempo, og på et grunnlag som var lagt best mulig til rette for dette. Undervisningen skulle verken bli for enkel og kjedelig for dem som kunne mest eller for vanskelig og for rask for dem som kom med et dårlig grunnlag.

Vi vet godt at en nivådifferensiering kan ha utilsiktede effekter som ikke er like positive som de fordeler man ønsker å oppnå. Den ordningen som ble utprøvd ble lansert som en praktisk måte å legge til rette for 'student-tilpasset opplæring'. Ambisjonen har vært å ha antennene ute for å fange opp eventuelt negative utslag. Skulle det utvikles noe som helst stigma overfor studentene i gruppen med de dårligste forkunnskapene, må hele differensieringen tas opp til ny vurdering.

Når det gjaldt plassering av lærere på gruppene, valgte lærerne hva slags gruppe de ville undervise i. Det var ingen uenighet om denne fordelingen. Vi ønsket å legge opp til en rotering slik at alle over tid skulle få prøve undervisning i alle gruppene. Det var særlig viktig å få en lærer som var motivert for den svakeste gruppa, og det fikk vi.

### ***Formativ vurdering - gjensidig studentvurdering***

Vi har gjennom de siste årene vært enige om at vi må få studentene til å jobbe fra dag en. Matematikkfaget egner seg dårlig til skippertaksmetoden, spesielt når bakgrunnskunnskapene er så dårlige som hos våre studenter. Vi diskuterte innleveringer med tilbakemeldinger fra lærerne, men det ville gå med unødvendig mye ressurser til dette, noe som ville bety mindre tid til undervisning og mer tid til evaluering i en ressursituasjon som var dårlig fra før. Vi leste diverse artikler om formativ vurdering og diskuterte dette. Gjensidig studentretting ('peer assessment') ble noe vi ønsket å prøve på studentene i modul 1 høsten 2003.

Organiseringen ble slik:

Studentene hadde 3 timer matematikk hver mandag og 3 timer hver torsdag. 1. time hver mandag startet med at studentene rettet oppgaver for hverandre.

Oppgavene ble lagt ut på internett på ukeplanen uka før, og studentene kunne arbeide med dem torsdag uka før. Etter en time med retting, hadde vi gjennomgåelse av nytt stoff i ca. 1 time. Deretter oppgaveregning. På torsdag startet vi med en repetisjon av mandagens stoff, eventuelt noe nytt, og deretter oppgaveregning.

### **Beskjeden til studentene på forhånd:**

Ut fra tanken om at vi tror at dere lærer matematikk best gjennom eget arbeid med stoffet, vil vi gjøre det vi kan for å få dere til å jobbe jevnt – ofte, men ikke nødvendigvis så veldig mye hver dag – med oppgaveløsning. De oppgavene dere skal ha arbeidet med til mandagene er ikke noe dere skal få karakter på, noe dere altså må få til. Dere skal lære av dem. Det er derfor helt i orden om du ikke har fått til oppgavene. Det er derimot uakseptabelt hvis du ikke har forsøkt – og heller ikke anstrengt deg rimelig hardt – for å løse oppgavene.

Hvis du ikke får til en eller flere av oppgavene, skal du forsøke – så godt du kan! – å skrive ned hva det er du står fast med, hva du har forsøkt og som ikke går, og hvordan du har tenkt når du kjørte deg fast. Med dette utgangspunktet skal du få hjelp til å komme videre og forstå mer. Jo bedre du klarer å skrive ned hva du står fast med, og ikke får til, jo høyere er sannsynligheten for at du kan få hjelp til å komme videre.

Vi kommer til å kontrollere at alle gjør rimelig seriøse forsøk på å løse oppgavene og forventer at du har jobbet med minst 7 av 9 oppgavesett. I tillegg er det slik at den som ikke har forsøkt å løse noen av oppgavene til en gang, stenger seg selv ute fra å vurdere, rette og kommentere medstudentenes oppgaver.

Besvarelsen skal påføres navn før innlevering.

Studentenes oppgaver ble samlet inn og delt ut igjen slik at ingen fikk sin egen besvarelse. I de ulike gruppene ble dette gjort litt forskjellig. I en gruppe byttet studentene oppgaver seg imellom, noe vi ikke vil anbefale andre å gjøre. I de andre ble besvarelsene fordelt tilfeldig, slik at det ikke skulle være mulighet for noen avtale mellom noen av studentene om å godkjenne dårlige besvarelser.

Studenter som ikke selv hadde noen besvarelse å legge fram, skulle heller ikke være med på å rette en medstudents besvarelse. Den offisielle begrunnelsen for dette er åpenbar: Har man ikke selv arbeidet med oppgavene, har man heller ikke forutsetninger for å rette andres besvarelser. I tillegg er det selvsagt en del bakenforliggende tanker, særlig den at studenter skal oppleve det lite attraktivt å

sette seg selv utenfor det læringsfellesskapet som den gjensidige rettingen utgjør. Dette ble praktisk gjennomført på litt forskjellig måte. I en gruppe ble studenter uten besvarelse 'gitt fri' og ble anmodet om å ta seg en kopp kaffe i kantina. Det hører med at det å få fri på denne måten, slett ikke ble oppfattet som positivt, men nærmest som en ekstra tøff sanksjon, nærmest på linje med det som foreldregenerasjonen opplevde da de 'ble sendt på gangen'. I de fleste andre grupper fikk de som ikke hadde løst oppgavene lov til å være inne i klasserommet, uten å bli involvert i rettingen.

Læreren hadde laget fasit til oppgavene. I halvparten av gruppene fikk studentene utlevert fasit sammen med den besvarelsen som skulle rettes. I de andre gruppene holdt læreren fasit tilbake lengst mulig slik at studentene skulle bli nødt til tenke selv og ikke bare sammenlikne svaret med fasit. Læreren veiledet under rettingen. Noen studenter hadde gjort en annen framgangsmåte enn fasiten, og de svakeste studentene måtte få hjelp til å se om det også var riktig. De fikk beskjed om å skrive kommentarer til besvarelsene, både positive og negative.

Det var totalt ni uker med retting før jul og studentene måtte ha rettet og fått godkjent sju av dem for å gå opptil eksamen. Registreringen av hvilke studenter som hadde med seg besvarelse og av hvilke besvarelser som ble godkjent, foregikk på litt forskjellige måter, f.eks. ved at læreren gikk rundt og noterte hvem som har levert retting og fikk det bekreftet av studentene etterpå.

Etter at alle besvarelsene er returnert til eier, ble de oppgavene som studentene hadde problemer med, gjennomgått. Vi hadde også en diskusjon om hvordan man skal arbeide videre med oppgaver man ikke hadde fått til eller som var feil. Og det hendte at det kom for en dag så alvorlige kunnskapshull at lærer fant det nødvendig å gjennomgå noe stoff som egentlig skulle være kjent.

Det oppsto situasjoner der studentene ikke fikk til oppgavene hjemme. Kravet til godkjenning var da heller ikke at studentene hadde kommet fram til det riktige svaret. Kravet for godkjenning var at man skulle dokumentere seriøse forsøk på oppgaveløsning, og at dette skulle være skriftlig dokumentert. Studenten skulle beskrive hva som var gjort, hvor hun/han hadde stoppet opp, og så skulle de prøve å forklare hvorfor de stoppet opp og hva de ikke forsto.

Situasjonen med studentene kan lett sammenlignes med elevsituasjonen. Vi hadde mange fine diskusjoner om hvordan vi skal få elevene ute i skolen til å lære av feilene sine og se på våre rettinger og kommentarer når de får tilbake besvarelser. Læringsutbyttet av rettingene ble også diskutert. Studentene mente læringsutbyttet var godt, men de virket litt overrasket over at man kunne lære matematikk på den måten også.

Dette er ikke et trivielt punkt. Når man avlegger en prøve eller leverer inn en oppgave til standpunktvurdering eller delkarakter, er det selvsagt et krav til studentene om riktig svar. Men da er det summativ vurdering som foregår. Her var intensjonen å bruke den gjensidige studentvurderingen formativt, som et læringsdrivende element og ikke som element i den summative vurderingen. Det skulle være OK om man ikke kom fram til riktig svar, men slett ikke OK å la være å arbeide med oppgavene. Det skulle tvert imot være slik at den som dokumenterer seriøst forsøk, nærmest skulle ha en rettighet å få forklart det som var vanskelig å forstå og å få til.

Vi har opplevd at det er svært viktig å få godkjent og notert retting. Studenter som har vært i praksis (vi har en uke fleksibel praksis i hvert semester), som driver toppidrett og vet de skal være borte, som har syke barn osv, har gjort avtaler om å levere oppgaver til retting dagen før/sende med medstudenter. Dette synes vi er positivt.

### ***Selvvurdering***

I den første matematikktimen vi hadde med studentene i grupper, ba vi dem svare på spørsmålet:

*Hvordan mener du at du skal gjennomføre modul 1 i matematikk?*

Det er viktig for studentene å tenke gjennom dette spørsmålet og få dem til å forstå at *de* må gjøre noe med dette selv. Vi må bevisstgjøre studentene på hva de er gode til, hvor de stopper opp og kanskje også hvorfor de stopper opp.

Svarene var nokså entydige, og mye gikk igjen hos de fleste:

- Møte opp til timene og delta aktivt
- Gjøre tilstrekkelig arbeid hjemme
- Ta ansvar og jobbe med det jeg synes er vanskelig
- Gjøre alle oppgavene
- Være forberedt til timene
- Gå gjennom stoffet når jeg kommer hjem
- Spørre om det jeg ikke har forstått
- Samarbeide med andre

I gruppe 4 gikk mange av de samme svarene igjen, men det var også noen med en litt annen vinkling:

- Mye konsentrasjon kreves av meg
- Trygghet i gruppa
- Må ville greie det
- Må legge ned mye arbeid for å greie det

I første samling i vårsemesteret ba vi studentene svare på spørsmålet:

*I hvilken grad synes du at du har greid arbeidet med målene du satte deg i høst?*

Svarene på dette spørsmålet er også ganske entydige. Mange er godt fornøyd med innsatsen, men det som kan gjøres enda bedre er:

- For lite flink til å etterlese og å være forberedt til timen
- Har satt av tid til arbeid sammen med andre dette semesteret
- Skal møte opp mer
- Jobbet for lite hjemme
- Har ikke vært flink nok til å spørre

Det er de studentene som har fått de beste karakteren (B og C) i denne gruppa som er mest fornøyde. Men det er gledelig å se at mange vil jobbe mer, være mer forberedt og etterlese mer til tross for at de har fått bestått på eksamen. Det er altså viktig å bli god og ikke bare få en E i matematikk.

### ***Arbeidsformene***

I en av de første timene med studentene diskuterte vi hvordan man best lærer matematikk. Vi var enige om at oppgaveregning, egenaktivitet og å forklare andre studenter oppgaver var viktig. Samtidig visste vi at våre studenter er dårlige til å lese stoffet på egenhånd, både fordi de mener lærebøkene er for dårlige og fordi bakgrunnskunnskapene deres er svake. Vi ble enige om å prøve å ha bare en time med tavlegjennomgåelse hver mandag. Samtaler oss lærere i mellom gjennom semesteret har vist at vi har brukt mindre tid på tavlegjennomgåelse enn tidligere år. Vi har merket oss følgende, ikke bare i matematikkfaget, men i pedagogikk og norsk også: Studentene møter opp når det skjer noe framme ved tavla og når noe er obligatorisk. Men når vi har verkstedlignende aktiviteter og oppgaveregning der de har mulighet til å få hjelp og veiledning når de trenger det, er det mange som forsvinner. De som forsvinner, er de som trenger mest hjelp.

### *Flere tiltak for studentene*

Etter at ordinær undervisning var slutt for høstsemesteret, hadde vi to oppsummeringsdager i det matematikkfaglige stoffet (tallære og problemløsning). Programmet for dagene var slik: Det var to timer med repetisjonsforelesning av stoffet. Deretter fikk studentene oppgaver fra temaet som de jobbet med i to timer individuelt eller i grupper etter eget valg. De fleste jobbet i grupper. Til slutt var det en oppsummering og gjennomgang av oppgavene i plenum. Her var frafallet av studenter størst. Vi ser at en hel dag med fagarbeid er mye enten det er i norsk, matematikk eller pedagogikk.

I tillegg tilbød vi studentene en 4 timers prøveeksamen slik at de kunne teste nerver og regnehastighet før ”den store dagen”. Prøven ble lagt ut på nett med fasit etterpå slik at studentene kunne rette sine egne besvarelser. Tilbakemeldingene fra studentene på disse tiltakene var udelt positive.

Studentene på første trinn fikk også tilbud om oppgaveregning fredager fra 13-15 fra midten av september. Her brukte vi en av fjorårets studenter som hjelpe-lærer. Dette tilbudet benyttet få studenter seg av. En av årsakene var at det ble lagt til fredag og at det var lite annen undervisning på fredager.

## Kap. 4. Resultater

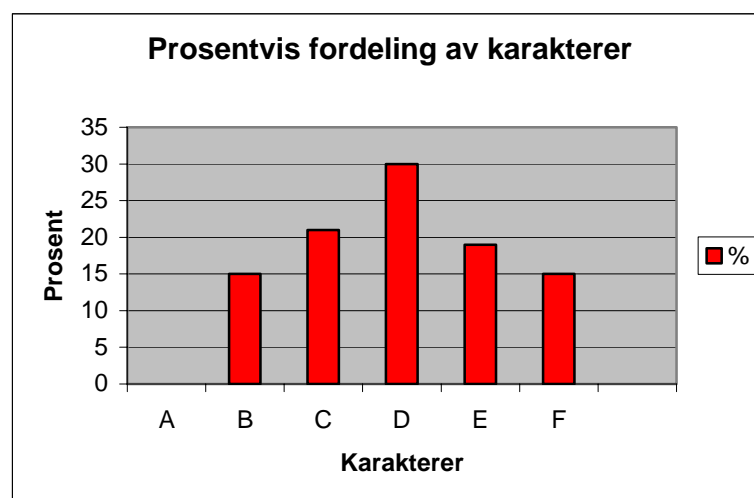
De viktigste resultatene er selvsagts eksamensresultatene, men også studentenes vurdering av organiseringen og opplegget ville vi vite noe om.

### Eksamensresultatene

Ved utarbeiding av eksamensoppgaver var det viktig for oss å opprettholde det faglige nivået på studentene. Å tenke på at de skal undervise våre barn og barnebarn hjelper i så henseende. Vi kan ikke gå på akkord med kvalitet. Samtidig var det viktig at studentene følte at arbeidet med mappeoppgavene gjennom høstsemesteret skulle gi uttelling ved eksamen. Dette hadde vi i bakhodet da vi lagde eksamensoppgavene. Vi ønsket å stille de samme kravene ved denne eksamen som vi ellers har stilt, og slik de eksterne sensorene er innstilt på skal kreves.

Vi gjorde ingen endringer i eksamensavviklingen, oppgavetype eller ved sensureringen. De samme eksterne sensorene som er brukt tidligere, ble brukt denne gangen også. Oppgavene ble laget og sendt til godkjenning hos de eksterne sensorene på vanlig måte.

Frafallet denne gangen ble litt lavere enn tidligere. Tidligere forsvant rundt fjerdeparten av studentene før de kom til eksamen (jf. s. 14). De 96 studentene<sup>v</sup> som framstilte seg til eksamen denne gangen, utgjør en litt større del (80%) av dem som begynte enn situasjonen året før.



**Fig. 7 Eksamensresultater, høsten 2003**

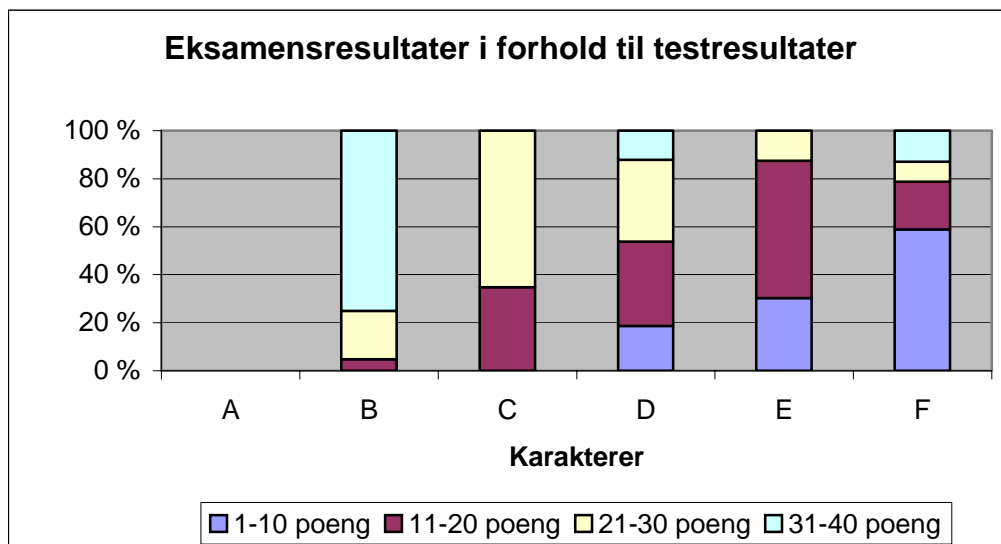
Sammenliknet med resultatene fra de forgående årene er dette fremragende. Sammenliknet med skriftlig eksamen siste gang, er strykprosenten redusert fra 54% til 15%. Mens 2/3 av de studentene som besto eksamen forrige gang kun oppnådde dårligste ståkarakter, var denne andelen redusert til 1/5. Nå har mer enn en tredel oppnådd karakteren B eller C. Ingen fikk A, men flere av B-ene var meget gode.

Fordelingen av stryk i de ulike gruppene var slik:

Gruppe 1: 3 studenter strøk  
 Gruppe 2: 4 studenter strøk  
 Gruppe 3: 6 studenter strøk  
 Gruppe 4: 3 studenter strøk

Det er oppsiktsvekkende at det var like mange stryk i gruppe 1 som i gruppe 4. I gruppe 4 ble ikke strykprosenten høyere enn 20%. Og etter lærernes vurderinger ville flere av studentene i gruppe 4 strøket uten nivådifferensieringen.

Ikke uventet er det en klar sammenheng mellom eksamenskarakterer og resultatene på den innledende prøven.



**Fig. 8 Eksamensresultater, 2003/2004 fordelt på testresultater**

Men det er interessant å merke seg avvikene fra den generelle sammenhengen. Til tross for at en skåre på 10 eller lavere ved den innledende testen, faktisk



antyder et meget dårlig kunnskapsnivå, har tredjedelen av de med så lav skåre, bestått eksamen. Og tilsvarende i den nestlaveste skåregruppen. Her har 2 studenter fått toppkarakter (B), selv med et så dårlig utgangspunkt, og ytterligere 6 studenter fikk C. Det var altså mulig å komme seg godt igjennom den første modulen fra et dårlig utgangspunkt ved hard jobbing, og denne jobbingen kunne også i noen tilfeller gi svært godt resultat.

## **Undersøkelse om organisering**

Etter at eksamen for Modul 1 var gjennomført, laget vi en miniundersøkelse for å lodde studentenes erfaringer på to spørsmål (se spørreskjemaet i Vedlegg 2). Med en svarprosent på 76 % mener vi at studentenes syn bør kunne gå tydelig fram gjennom denne undersøkelsen.

### ***Erfaringer med nivådifferensieringen***

Det var viktig for oss å få kjennskap til studentenes opplevelser av det å bli gruppert etter forkunnskapsnivå. Det var særlig viktig å få vite om noen følte seg stigmatisert av å være i en bestemt gruppe. Vi spurte om hvordan studentene mente vi skulle danne grupper våren 2004.

95% ville bevare de samme gruppene som i høstsemesteret. Naturligvis skulle det være de samme muligheter til bytte mellom gruppene som i høstsemesteret. De siste 5% ville dele studentene tilfeldig inn i 4 like store grupper. Kun 1 av disse kom fra gruppe 4 og ingen fra gruppe 1.

Noen av kommentarene til de som vil fortsette med ordningen:

Dersom vi deler i fire like store deler, vil de svake falle ut veldig lett.

Fordi man har mulighet til å gå gjennom stoffet nøye. I mitt tilfelle er det avgjørende for å stå til eksamen.

Det er veldig positivt å differensiere, for da føler man seg ikke dum når man spør om noe, siden man vet at de andre er på nesten samme nivå.

Vi fikk altså en entydig tilbakemelding om at studentene hadde god erfaring med den formen for differensieringen vi har valgt. Det kom ikke fram noen indikasjoner på stigmatisering i undersøkelsen, og vi har heller ikke registrert noen slike tendenser via andre kanaler. Dette er viktig, for den prisen man er villig å betale for dette, blir lett for høy. Differensieringen er kun tenkt som en praktisk måte å legge til rette en god læringssituasjon i et fag der forkunnskapene spiller en så stor rolle som tilfellet er i matematikk. Prisen blir lett for høy dersom plasseringen i gruppen med de laveste forkunnskapene, blir en belastning for dem som er i denne gruppen.

## *Den gjensidige studentvurderingen*

Vi ville vite noe om studentenes synspunkter på den gjensidige studentvurderingen. Vi hadde to delspørsmål.

Ett spørsmålet dreide seg om hva de synes om retting av hverandres besvarelser. Det var 6 som ikke besvarte dette spørsmålet. Vi fikk stort sett positive tilbakemeldinger med 95% som støttet opplegget som bl a kommenterte dette slik:

Det er flott. Da må vi sette oss inn i en annen students framgangsmåte. Dette er positivt på alle måter.

Veldig bra, føler at jeg lærer mye av det.

Flott! Vi må faktisk gjøre noe i løpet av et skoleår. Man kan ikke bare ”flyte” gjennom det hele. Alle må ha fått med seg noe før eksamen.

Jeg synes dette er veldig bra fordi man blir ”tvunget” til å jobbe med stoffet samtidig som man får trening i å evaluere andre.

De momentene studentene begrunner sin positive holdning med, er knyttet til at:

- Opplegget gir god trening i å evaluere andre.
- Opplegget gir øvelse i å forstå andres feil.
- Jeg blir tvunget til å jobbe.
- De mener de lærer noe av det.

5% av studentene var negative. En av disse ville heller ikke ha nivådifferensieringen.

Jeg mener personlig at man på høghskolenivå skal forvente at den enkelte student tar ansvar for eget arbeid, uten at slike pressmidler benyttes.

Jeg synes det er tåpelig. Det er ansvar for egen læring. Det skal ikke være slik obligatorisk system som det er nå. Har man unger, kan det by på problem ved sykdom. Unødvendig.

Det synes jeg er feil.

Motstanden som kommer fram her, går ikke på selve studentvurderingen, men på det obligatoriske elementet i ordningen. Det er viktig å holde disse to elementene fra hverandre. Vi må kunne slå fast at studentene er svært klare i sin tilslutning til den gjensidige studentvurderingen. Ikke en eneste student stiller seg avvisende til dette.

At det kommer fram avvikende oppfatninger om det obligatoriske i ordningen, er helt naturlig. Det er mer underlig at det er så få som stiller spørsmålstegn ved det militante ved opplegget. Med så få studenter i kritikergruppen, er det for lite materiale til å få fram variasjonene og nyansene i disse studentenes oppfat-

ninger. Men det virker som om det i hvert fall er to typer argumentasjon de framfører:

- De praktiske problemene som obligatorikk innebærer (sykdom, syke barn, liten fleksibilitet).
- De prinsipielle spørsmål om hvordan en profesjonsutdanning skal legges opp – hvor sterkt skal man styre studenter som skal utdanne seg til selvstendig yrkesvirksomhet, hvor stor fleksibilitet skal et høgskolestudium ha for ulike studentgrupper osv.

Studentenes problematisering av obligatorikken er absolutt verd å diskutere. De har helt klart gode poenger når det gjelder begge typer argumentasjon. Vi antar at det ikke er noen uenighet på ett punkt: Når studentene er voksne og ansvarsbevisste, må studieopplegget legges opp på dette grunnlaget. Det nærmer seg en direkte krenkelse når voksne, ansvarsbevisste mennesker behandles som barn. Problemet oppstår når deler av studentgruppen ikke opptrer som voksne, ansvarsbevisste mennesker. Når størstedelen av studentene i allmennlærerutdanningen erfaringsmessig arbeider lite og dårlig med matematikken, og resultatene blir deretter, skal prinsippet om ansvar for egen læring overordnes andre hensyn, selv om resultatene er en tragedie både for dem selv og for andre? Hvordan legges studiene opp da?

Det ligger unektelig et element av formynderskap i et obligatorisk opplegg. Og det er absolutt en ide som er verd å overveie å la studentvurderingen bli et tilbud til dem som ønsker å delta og ingen forpliktelse for alle. Slagordet om ansvar for egen læring må inneholde så vel rettigheter som plikter. Ønsker studentene selv å beslutte hvor mye, hvordan og når de skal arbeide med matematikken og ikke være styrt av noe opplegg, kan de ikke samtidig forvente at lærerne skal kunne pålegges urimelige arbeidsoppgaver. Den gjensidige studentrettingen går bl a ut på å synkronisere studentenes aktive arbeid med fagstoffet slik at det er mulig å etablere et læringsfellesskap. Det å synkronisere studentenes arbeid, må innebære en kollektivitet som har et tvangselement i seg. Det er en nødvendig konsekvens av frihet til studentene til å jobbe med matematikken slik de selv vil, at et større læringsfellesskap forblir et fata morgana, noe man gjerne skulle få oppleve men som man aldri vil nå. Det må da bli slik at studentene selv må organisere sine egne læringsfellesskap med noen få medstudenter, eller – mest sannsynlig – bli værende i en lite produktiv læringssituasjon, i en isolert studentrolle, med bøkene og oppgavene. Altså: vil man holde fast ved sin egen rett til å studere slik man selv vil, er det også en pris å betale.

Men det er en fristende tanke å ta bort det obligatoriske elementet og dermed la den gjensidige studentvurderingen bli et 'rent' opplegg som ikke kompliseres av mer tvang enn det som er helt nødvendig for å få opplegget til å fungere. Dette

kan gjøres ved små endringer, egentlig kun ved at det ikke lenger stilles krav om et bestemt antall godkjente besvarelser for å få lov til å framstille seg til eksamen. Noen andre justeringer vil nok være nødvendige, f eks ved å ha et mer militant opplegg i selve vurderingssituasjonen (f eks ved at de som ikke har med seg noen besvarelse, tvinges å forlate lokalet mens vurderingen foregår) for å ha nok sosialt 'trykk'. Et visst press til å besvare oppgavene på forhånd er trolig nødvendig. Det springende punktet er om studentene vil delta i det omfang som er nødvendig for at opplegget skal kunne gjennomføres. Selv om alle som deltok denne gangen vurderer selve vurderingen svært positivt, er det ikke dermed gitt at studenter som ikke har deltatt ved noe slikt opplegg vil velge å delta. Og blir det flere enn en håndfull som melder seg ut hver gang, blir situasjonen raskt slik den ble for det frivillige regneverkstedet, og opplegget kollapser.

Studentene ble også bedt om å antyde hvor mange innleveringer de mente at det skulle kreves i løpet av semesteret. De fire som er negative til obligatorikk, svarte ingen, rimelig nok, og de fikk følge av to studenter til. Disse to synes retting er bra, men mener det burde være frivillig. Resten av studentene svarte ja (93%). De ble også bedt om å angi antall obligatoriske innleveringer. Forslagene om antall obligatoriske innleveringer varierte fra halvparten og opp til alle. De fleste mente man måtte kunne miste 2-3 innleveringer pga sykdom hos seg selv eller barna.

På grunnlag av studentenes votum og våre egne erfaringer fra høstens opplegg, ble vi enige om 7 av 10 innleveringer måtte være godkjente for å gå opp til eksamen i vårsemesteret. Det kom også inn forslag om å ha retting på torsdager etter jul, og det har vi etterkommet. Hva vi vil gjøre når opplegget skal kjøres for nye studenter, er et litt mer åpent spørsmål.

## **Intervju med studenter i de ulike gruppene**

Vi valgte tilfeldig ut 6 studenter til gruppeintervju for å få tilgang til deres erfaringer, ut over det som kom fram på spørreskjemaet. Disse studentene bekreftet det bildet som er presentert over, men med noen utdypinger.

Studentene har ikke hatt noen sterk opplevelse av å ha vært med på noe spesielt forsøk. Dette ble særlig tydelig i gruppe 1. Der har øyensynlig undervisningen stort sett fulgt det mønsteret som studentene kjenner fra før. Den gjensidige studentvurderingen har egentlig kun fungert som et press (riktignok et nyttig sådant). Selve rettingen har ikke gitt noe særlig utbytte.

Men i alle gruppene har studentene problemer å skille mellom egenskaper ved læreren og karakteristika ved opplegget. En god lærer gir god undervisning, og

da er det ikke noe spesielt ved opplegget. Og at det er forskjell på lærerne er helt naturlig.

Studentene bekrefter inntrykket av at det er en sterk sammenheng mellom motivasjon for å arbeide med matematikken og mestring av faget. For mange studenter var matematikken lett å følge med på barnetrinnet, men utviklingen fra ungdomstrinnet og videre har vært ganske forskjellig. Matematikken oppleves som et fag som blir morsomt når man klarer å henge med, men strevsomt når det går dårlig. De som har opplevd problemer med matematikken, mener at de bare har seg selv å takke. De skulle jobbet mer, for det krever mye arbeid å lære matematikk. De tenker ikke på at matematikk-karrieren deres kan ha noe med den undervisningen de har fått, å gjøre.

For de som hadde de laveste forkunnskapene, er det en gjennomgående holdning at de regnet det som lite sannsynlig at de ville lykkes, nesten uansett hva de kunne finne på å foreta seg. Og det er tilsvarende overraskende – og hyggelig – at de kunne lære så mye som de faktisk har gjort. For det trodde de ikke på forhånd.



## Kap. 5. Hva har vi lært?

Vi er selv overrasket over de resultatene studentene nådde. Vi gjennomførte ingen gjennomgående omlegging. Det meste av vår undervisning ble ikke lagt om. Og vi maktet å holde vår egen tidsbruk nede på et rimelig nivå.

Det mest gledelige er å se hvordan det virker motiverende når man opplever framgang. Det å få studentene til å arbeide jevnt og trutt med matematikken, uten de store skippertakene og uten det høye stressnivået, kan resultere i at studentene ikke bare lærer mye, men også at de selv ser hvor mye de lærer. For dem som sliter med å lære matematikk på grunn av erfaringer fra tidligere skolegang, kan det være en bortimot sjokkerende opplevelse å finne ut hva man kan få til gjennom seriøst arbeid, særlig når en tar i betraktning det lave kunnskapsnivået som i seg selv representerer et stort problem. Studentene er noe bortimot takknemlige når de bringes inn i slike produktive læringsforløp.

Det er egentlig noe i nærheten av et kategoriskille når man velger undervisnings-, vurderings- og dermed også disiplineringsstrategi. Man kan velge å bruke summativ vurdering som motivasjons- og disiplineringsmiddel. Når studentene oppviser tegn på å ville minimalisere studiearbeidet, når det er mer snakk om hvor mye (eller rettere, hvor lite) man må gjøre enn hva man vil lære som grunnlag for det yrket man har valgt, er det fristende å ty til repressive tiltak for å tvinge studentene til aktivitet. Når studieintensiteten blir for lav for lenge, når det først og fremst er den avsluttende eksamen som er drivkraften, må det legges press på studentene tidligere i prosessen, også. Det blir fort noe bortimot ulogisk dersom det studentene *må* gjøre i selve studieperioden, ikke teller med i den summative vurderingen. Dynamikken i dette leder uvegerlig mot en eller annen form for standpunktvurdering der studentene ser seg berettiget til gjensytelse (= karakter) for den innsatsen som kreves av dem.

Det problematiske ved en slik utvikling er ikke at det blir for mye summativ vurdering men at det blir svært dårlige betingelser for den formative vurderingen. Silcock har formulert poenget godt:

We shouldn't want it [a shift to formative assessment] because research shows how it improves learning (we don't need to be told that – it has to be true). We should want it because schools are places where learners should be learning more often than they are being selected, screened or tested in order to check up on their teachers. The latter are important; the former are why schools exist. (William 2000:3, sitert etter Silcock 1998)

I de aller fleste tilfeller er det problematisk å blande sammen formativ og summativ vurdering. I de fleste tilfeller vil det skje at den formative vurderingen blir fratatt alle muligheter for å kunne fylle dens nødvendige rolle i et

læringsforløp. For å være på den sikre siden, kan det være et sunt prinsipp å holde den summative vurderingen borte fra studentenes læringsprosess, men organisere sistnevnte slik at den formative vurderingen blir selve motoren i læringsprosessen. Det betyr å bygge studentene opp systematisk ved at de får rask feedback som et gjennomgående element i deres egen læringsprosess, slik at de er blitt så gode som mulig når de forlater den formative sonen og går inn i den sonen der det er den summative vurderingen som skal foregå. Denne løsningen representerer alternativet til summativ vurdering under læringsforløpet.

Dette er kanskje særlig viktig i et fag som matematikk der studentene er avhengige av å se framgang og mestring. I et slikt fag må studentene bringes inn i sonen for læring og holdes fast inntil den egne motivasjonen bygges opp og kanskje til og med kan overta helt. I matematikk er det vel noen bortimot en naturlov at den student som gir opp forhåpningen om å lære, i realiteten er dømt til å mislykkes. Og motsatt, den som fremdeles tror det kan være mulig å lykkes gjennom innsats, har gode muligheter for å lykkes.

Men det er mer risikabelt å velge den positive, oppbyggelige linjen enn den militante. Det er ikke særlig stas å gi sin tilslutning til studentene som ønsker å ta ansvar for egen læring for så å oppleve at løpet er kjørt allerede i starten. Når studentene går på tomgang under dekke av at de skal ta ansvar selv, er det ikke mulig å reversere utviklingen. Og resultatet er gitt. Men for å gardere seg, er det fristende å legge et løp der studentene presses til å arbeide gjennom en vag forhåpning om en fremtidig gevinst i form av bestått eksamen men enda mer gjennom trusselen om negative sanksjoner for dem som ikke følger opp. Riktignok vet vi at dette slett ikke skaper selvstendighet, men i det minste så lenge studentene er under vårt regime, gjør de det som forventes.

Å basere et studieopplegg på en stor grad av tillit til formativ vurdering i stedet for sanksjoner, innebærer at man tar en sjanse, at man må gi fra seg noe av kontrollen over studentene. Men det er et spørsmål om vi ikke er nødt til å gjøre noe av dette i matematikkundervisningen.

## **Og veien videre?**

Vi har tatt et første skritt. Og det ville være naivt å basere seg på at opplegget er laget, og at utfordringen nå er å holde det ved like. Akkurat hva som blir de neste utviklingsområdene, er det for tidlig å si noe konkret om. Men det er to utviklingslinjer vi må vurdere:



Det ene er ressursbruken. Den form for klasseundervisning som har vært en konsekvens av nivådifferensieringen, kan vise seg problematisk å opprettholde. Blir det nødvendig å justere opplegget inn på et lavere ressurnivå, er det om å gjøre at den formative vurderingen ikke blir rammet. Det kan hende at vi kan gå tilbake til litt mer av storgruppeforelesninger for å spare inn noen lærertimer på den måten.

Det andre er ulike former for styrking av den formative vurderingen. En mulighet som utmerker seg, er mer vekt på formative quizzer. Det vil si å investere i utviklingen av en bank av flervalgsoppgaver som man kan trekke ut til tester som studentene kan, bør eller må ta i løpet av læringsperioden. Med en slik bank åpner det seg store muligheter for feedback som ikke er tidkrevende og dermed også for andre aktiviteter enn den mer trivielle rettingen.

For det som er blitt ganske åpenbart gjennom dette prosjektet, er at det nytter å gjøre undervisningen bedre, og at det er vanskelig å tenke seg vesentlige forbedringer uten at det legges stor vekt på formativ vurdering på en eller flere måter.

## Referanser:

- Blomhøj, M. & M. Skånstrøm (2003): Matematik Morgener – et utviklingsarbejde. I: *Utvikling av matematikkundervisning i samspill mellom praksis og forskning*, s. 61-72  
<http://www.alt.hist.no/~froder/arbeidsformer/>
- Ellingsrud, G. & A. Rasch-Halvorsen (2001): *Matematikklærere – en utdøende rase?* Aftenposten 2001-08-23
- Emanuelsson, G. (2003): Olika sätt att närma sig barns matematiklärande. I: *Utvikling av matematikkundervisning i samspill mellom praksis og forskning*, s. 92-96 <http://www.alt.hist.no/~froder/arbeidsformer/>
- Erfaringer fra IKT-prosjektet ved avdeling for lærerutdanning ved Høgskolen i Østfold*. HiØ-rapport 2003 nr.14
- Fortsatt stryk på matte. Under dusken.  
<http://www.underdusken.no/dusker/html/0003/Stryk.html>
- Gibbs, G. (1998): *Improving Teaching, Learning and Assessment*.  
<http://www.chelt.ac.uk/gdn/conf/gibbs.htm>
- Hart, L. C. (1999): The Status of Research on Postsecondary Mathematics Education. *Journal of Excellence in College Teaching*, 10(2):3-26
- Kan ikke regne*. Under Dusken, 28.01.2002  
<http://www.underdusken.no/html/2002/02/959.html>
- Lauvås, P. (2003a): *Mulige eksamensordninger innen Kvalitetsreformen. Orientering og 'brukerveiledning'*. Rev. versjon. Høgskolen i Østfold.  
<http://klaff.hiof.no/~pla/brveil-eks.htm>
- (2003b): *Vurdering for læring – viktigere enn eksamen (vurdering av læring)?* Rev. versjon. Høgskolen i Østfold.  
<http://klaff.hiof.no/~pla/formativ-vurdering-hiof.htm>
- Lærerstudentene fortsatt ikke gode nok i matematikk*. Aftenposten 2001-09-04
- Ma, X. (1997): Reciprocal relationships between attitude toward mathematics and achievement in mathematics. *Journal of Educational Research*, 90:221-229
- Mattekunnskapene på vei nedover. Varden på nett, 14. 2004-03-04
- Mohr, G. (2002): *Opplegget ved introduksjonskursene ved Danmarks Tekniske Universitet før og nå*. Personlig kommunikasjon
- Nardi, E. & S. Steward (2003): Is Mathematics T.I.R.E.D? A Profile of Quiet Disaffection in the Secondary Mathematics Classrooms. *Br. Educ. Res. Journal*, 29(3):345-367
- Rasch-Halvorsen, A. & H. Johnsbråten (2002): Norsk Matematikkråds undersøkelse blant nye studenter høsten 2001.  
<http://www.mi.uib.no/nmr/rapport2001/NMRrapportH2001.doc>
- (2004): Norsk Matematikkråds undersøkelse blant nye studenter høsten 2003.

Sadler, R. (2001): ASSESSMENT FOR LEARNING: A Hopeful Vision of the Future. ATI Foundation's 2001 International Conference on Classroom Assessment

<http://www.d91.k12.id.us/TOT%20Handouts/Assessment%20for%20Learning-Part%201.ppt>

*Utvikling av matematikkundervsining i samspill mellom praksis og forskning.*

Nye arbeidsformer i matematikkundervisningen. Nordisk konferanse i matematikkdiraktikk, Trondheim, 18 - 19 november 2002

<http://www.alt.hist.no/~froder/arbeidsformer/>

Wennevold, S. (2001) Internt HiØ/LU-notat, datert 21.12.01.

----- (2003) Personlig kommunikasjon

## Vedlegg 1

### Selvtest i matematikk høsten 2003 (Oppgavene besvares uten kalkulator)

Antall poeng \_\_\_\_\_

Navn: \_\_\_\_\_

### Oppgave 1

a. Regn ut:

i)  $81 - 2(32 - 11) =$  \_\_\_\_\_

ii)  $4(-3) + 7 - 14 =$  \_\_\_\_\_

iii)  $6,3 \cdot 5,4 =$  \_\_\_\_\_

iiii)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} =$  \_\_\_\_\_ (Svar med brøk)

v)  $\frac{1}{2} - \frac{1}{6} + \frac{2}{9} =$  \_\_\_\_\_ (Svar med brøk)

vi)  $3^2 - 2^3 =$  \_\_\_\_\_

vii)  $\frac{5}{6} \cdot \frac{4}{15} =$  \_\_\_\_\_ (Svar med brøk)

viii)  $172,5 : 0,75 =$  \_\_\_\_\_

ix)  $\sqrt{9} - 2 \cdot 4^2 =$  \_\_\_\_\_

x)  $\frac{3}{5} \cdot 0,3 - 0,4^2 =$  \_\_\_\_\_

b. Hvor mye er 15% av 300 kroner? \_\_\_\_\_

c. Hvor stor prosentandel er 20 kroner av 60 kroner? \_\_\_\_\_

d. Sett parenteser slik at utsagnet blir sant:  $6 : 3 + 5 \cdot 4 = 3$

e. Hvor mye er tre firedeler av 56m? \_\_\_\_\_

f. Omgjør til cm: 2m og 3 cm = \_\_\_\_\_

g. Omgjør til kg: 520g = \_\_\_\_\_

h. Omgjør til timer og minutter: 235 min = \_\_\_\_\_ t \_\_\_\_\_ min

i. Omgjør til  $dm^3$ : 40 dl = \_\_\_\_\_

j. Sett komma slik at svaret stemmer:  $23,7 \cdot 14,5 = 3\ 4\ 3\ 6\ 5$

k. Sett komma slik at svaret stemmer:  $125,46 : 8,2 = 1\ 5\ 3$

l. Fortsett tallrekken 0,1 0,3 0,5 0,7 \_\_\_\_\_

## Oppgave 2

- a. Katetene i en rettvinklet trekant er henholdsvis 3 cm og 4 cm. Bestem lengden av hypotenusen. Svar \_\_\_\_\_.
- b. Antall grader i en sirkel er 360. Hva er gradsummen av vinklene i en trekant? Svar \_\_\_\_\_.
- c.  $\pi=3,1415\dots$  betegner et forholdstall i geometrien. Skriv med egne ord hva den uttrykker. Svar \_\_\_\_\_
- d. Hva mener vi med at 2 trekanter er formlike? Svar \_\_\_\_\_
- e. Hva mener vi når vi sier at en trekant er likebeint? Svar \_\_\_\_\_
- f. Hva uttrykker følgende formler? (Skriv med egne ord)
- i)  $2\pi r$  : \_\_\_\_\_
  - ii)  $\pi r^2$  : \_\_\_\_\_
  - iii)  $4\pi r^2$  : \_\_\_\_\_
  - iiii)  $\frac{4}{3}\pi r^3$  : \_\_\_\_\_
- g. Beregn volum og overflate av en rettvinklet eske med lengde  $l=10\text{cm}$ , bredde  $b=5\text{cm}$  og høyde  $h=20\text{cm}$ . Angi benevnning på størrelsene.  
Volum = \_\_\_\_\_  
Overflate = \_\_\_\_\_
- h. En sylinder har radius  $r$  og høyde  $h$ . Skriv formelene for sylinderens volum og overflate.  
Volum = \_\_\_\_\_  
Overflate = \_\_\_\_\_
- i. I rettvinklede trekanter kan de spisse vinklene uttrykkes med forholdet mellom sidene i trekanten. Definer med egne ord følgende forhold.
- i)  $\sin v$  = \_\_\_\_\_
  - ii)  $\cos v$  = \_\_\_\_\_
  - iii)  $\tan v$  = \_\_\_\_\_

### Oppgave 3

a. Regn ut og trekk sammen:

i)  $2a+3b+5a-4b$  = \_\_\_\_\_

ii)  $4a(a-2)-(3a+2)a$  = \_\_\_\_\_

iii)  $\frac{a^2}{b} - \frac{(a+2b)(2a-b)}{2b}$  = \_\_\_\_\_

b. Bestem ulike verdier, mindre enn 9, på a, b og c når:  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$ .

Svar a=\_\_\_ b=\_\_\_ c=\_\_\_

Løs likningene:

i)  $4x-3=6-5x$  x = \_\_\_\_\_

ii)  $x(x-2)+2x=9$  x = \_\_\_\_\_

iii)  $x^2+2x+1=0$  x = \_\_\_\_\_

iiii)  $x^2-3=0$  x = \_\_\_\_\_

## Vedlegg 2

### Spørsmål om matematikkundervisningen høsten 03.

Jeg går i gruppe nr.       høsten 03.

1.     **Organisering** : Vi dannet ved starten av studieåret grupper i matematikk ut fra en test og deres eget ønske om progresjon og behov for hjelp. Vi har nå fire grupper av ulik størrelse. Hvordan ønsker du vi skal danne grupper våren 04?

- ☐       Bruke de samme gruppene som høsten 03
- ☐       Dele kullet i fire like store grupper uten å differensiere

2.     **Obligatorikk**: Vi skal våren 04 fortsette med retting av hverandres besvarelser. Hva synes du om det ?

Bør det være et bestemt antall innleveringer ?

- ☐       Ja.                    Antall?
- ☐       Nei

Begrunn svaret ditt.

Takk for at du svarte på spørsmålene!

## Noter

---

<sup>i</sup> Denne undersøkelsen ble gjennomført kort tid etter at våre studenter hadde tatt vår test. Våre studenter inngår altså blant respondentene i Norsk Matematikkråds undersøkelse.

<sup>ii</sup> Sammenstillingen her er hentet fra Wennevold, 2001, 2003.

<sup>iii</sup> Sidetall kan ikke oppgis med nøyaktighet siden kilden er tilgjengelig på nettet, se referanse.

<sup>iv</sup> Den oppmerksomme leser ser at dette ikke er helt riktig. I og med kravet om at studentene skulle ha godkjent et visst antall besvarelser for å få lov til å gå opp til eksamen, ligger det et element av summativ vurdering inne.

<sup>v</sup> Ordinært opptak er 120 studenter. Det var 10 studenter i tillegg som fulgte det samme opplegget (jf. s. 14). Blant de 130 studentene, var det 106 som framstilte seg til eksamen, hvorav 96 hører med til de ordinære studentene.